

ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DA TEORIA CONVENCIONAL DOS MEIOS ESTRATIFICADOS NA INTERPRETAÇÃO DE SEVs DA ILHA DE MARAJÓ - PARÁ

Abel Carrasquilla¹ & Luiz Rijo²

A complexa geologia do quaternário da Ilha de Marajó apresenta muitas variações laterais rasas nas propriedades elétricas dos sedimentos. Neste tipo de ambiente geológico, o uso de modelos simples de camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas na interpretação de dados de sondagens elétricas verticais (SEVs), não é totalmente adequado e pode resultar em informações quantitativas ambíguas com relação aos parâmetros (resistividades e espessuras) dos modelos.

Para analisar o uso do modelo estratificado na interpretação de mais de 800 SEVs que o Instituto de Desenvolvimento Econômico e Social do Estado do Pará e o antigo Núcleo de Ciências Geofísicas e Geológicas da UFPA realizaram na parte leste da Ilha de Marajó, apresentamos um estudo detalhado de cada um dos três tipos de SEVs, que compõem o total das sondagens da região.

A técnica de mínimos quadrados amortecidos (Ridge Regression) com a utilização de critérios estatísticos, foi usada para testar até que ponto a interpretação das SEVs usando modelos estratificados é confiável. Observou-se que a alta correlação entre os parâmetros, é indicativo do uso de modelos geofísicos inadequados para interpretar a complexa geologia de Marajó.

O método dos elementos finitos foi usado para modelar algumas estruturas bidimensionais com o intuito de se estudar a influência das variações laterais de resistividade nos resultados da inversão das SEVs.

Com essas técnicas modernas de análise juntamente com vínculos geológicos apropriados, foi demonstrado que é possível contornar as dificuldades encontradas na interpretação de SEVs em ambientes com heterogeneidades litológicas laterais tal como na parte leste da Ilha de Marajó.

ANALYSIS OF UTILIZATION OF THE CONVENTIONAL THEORY OF THE LAYERED EARTH IN THE INTERPRETATION OF THE VES FROM MARAJÓ ISLAND - PARÁ – The complex quaternary geology of the Marajó Island presents many shallow lateral variations in the electrical properties of the sediments. In this kind of environment, the use of simple horizontal, homogeneous and isotropical layered earth models to interpret vertical electrical sounding (VES), can supply ambiguous quantitative information about the parameters (resistivity and thickness) of the models.

In order to analyse the validity of the layered earth models, three electrical soundings were chosen (each one representing a characteristic type) from among more than the 800 VES performed between 1971 and 1981 by Instituto de Desenvolvimento Econômico e Social do Estado do Pará and the Núcleo de Ciências Geofísicas e Geológicas, in Marajó.

A statistical approach was used through an inversion method with the Ridge Regression technique, to determine whether if the interpretation of the data using layered models was trustworthy. A high correlation between the parameters was obtained due to the use of geophysical models which were too simple to interpret the complex geology of Marajó.

¹ Curso de Pós-Graduação em Geofísica, CG, Universidade Federal do Pará, Caixa Postal 309, 66050 Belém, PA

² Departamento de Geofísica - CG, Universidade Federal do Pará, Fax: (091) 229.9677 Caixa Postal 1611, 66050 Belém, PA

The presence of abrupt lateral resistivity variations requires the use of more complex schemes to model the shallow geology of the area. Therefore, the finite element technique was used to model the two-dimensional physical properties of the near surface structure.

Utilizing these modern techniques of interpretation, associated with appropriate geological correlations, it was possible to demonstrate that is possible to overcome many of the VES difficulties in environments having lateral heterogeneities like Marajó Island.

1. INTRODUÇÃO

Estudos geofísicos objetivando o levantamento dos recursos de água subterrânea na porção leste da Ilha de Marajó foram realizados entre 1971 e 1981 pelo Instituto de Desenvolvimento Econômico e Social do Estado do Pará (IDESP) e pelo antigo Núcleo de Ciências Geofísicas e Geológicas (NCGG), hoje Centro de Geociências, da Universidade Federal do Pará (UFPA). Mais de 800 sondagens elétricas verticais (SEVs) Schlumberger foram obtidas nesses levantamentos. As SEVs foram subdivididas em três tipos (Fig. 1) e interpretadas quantitativamente - utilizando modelos de camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas - com a finalidade de se obter uma visão regional dos principais horizontes geoeletricos com potencialidade hidrogeológica (Carrasquilla, 1984; Carrasquilla et al., 1991).

Na área prospectada, os terrenos superficiais de idade quaternária, são caracterizados por variações litológicas locais bem acentuadas (Bemerguy, 1981). Essas heterogeneidades formam pequenas lentes arenosas circundadas por sedimentos argilosos ou formam estruturas longas bidimensionais em forma de paleocanais, constituindo os mananciais rasos mais importantes do ponto de vista hidrogeológico (Porsani, 1981; Carrasquilla, 1984; Verma & Bischoff, 1989; Carrasquilla et al., 1991).

O método das sondagens elétricas verticais geralmente funciona muito bem na prospecção geofísica de água subterrânea em meios estratificados. No entanto, muitas vezes, ele enfrenta dificuldades enormes na prospecção de ambientes com variações laterais bruscas de resistividade. Em alguns casos as curvas de SEV revelam nitidamente essas variações através de perturbações facilmente detectadas no seu formato. Entretanto, em muitos outros casos, as perturbações nas curvas de SEV são tão sutis que torna-se difícil visualizar qualquer variação lateral de resistividade. Ademais, a presença de erro nos dados observados dificulta ainda mais a detecção de qualquer variação lateral de resistividade. Além disso, para complicar ainda mais, existe o princípio de equivalência, onde vários modelos podem perfeitamente ajustar os dados (Bhattacharya & Patra, 1968). Se, em meios estratifi-

cados o princípio da equivalência já é bastante problemático, em meios heterogêneos a situação torna-se muito mais difícil.

Com o intuito de analisar a influência de variações laterais de resistividade nas SEVs de Marajó, cujas curvas apresentam visualmente pouca ou nenhuma evidência dessas variações, utilizamos a técnica de inversão para determinar estatisticamente a validade de se usar o modelo estratificado na interpretação dessas sondagens. Para isso, adaptamos um programa desenvolvido por Rijo et al. (1977) com o objetivo de fazer um estudo das matrizes covariância e correlação, como também, da condição da matriz sensibilidade.

As SEVs cujas curvas mostram visíveis perturbações, devido as variações laterais de resistividade, foram analisadas através da técnica dos elementos finitos. Para tanto, utilizamos um programa desenvolvido por Rijo (1977), originalmente idealizado para modelar dados eletroresistivos dipolo - dipolo e de polarização induzida (IP), adaptado posteriormente para a interpretação de dados eletroresistivos Schlumberger. Além disso, com esse programa, simulamos as SEVs de alguns modelos com variação lateral de resistividade para, através do processo de inversão usando meios estratificados, comparar os resultados com os das sondagens de campo.

Para facilitar, mais adiante, a discussão dos resultados, apresentamos sucintamente, a seguir, os conceitos fundamentais dos problemas direto e inverso das SEVs em meios estratificados e do modelamento numérico por elementos finitos de meios bidimensionais.

2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1 O problema direto

A resistividade aparente Schlumberger na superfície de um semi-espaço estratificado, é expressa por (Koefoed, 1979):

$$\rho_{as} = \frac{2\pi s^2}{I} \vec{E}(s, \vec{P}) \quad (1)$$

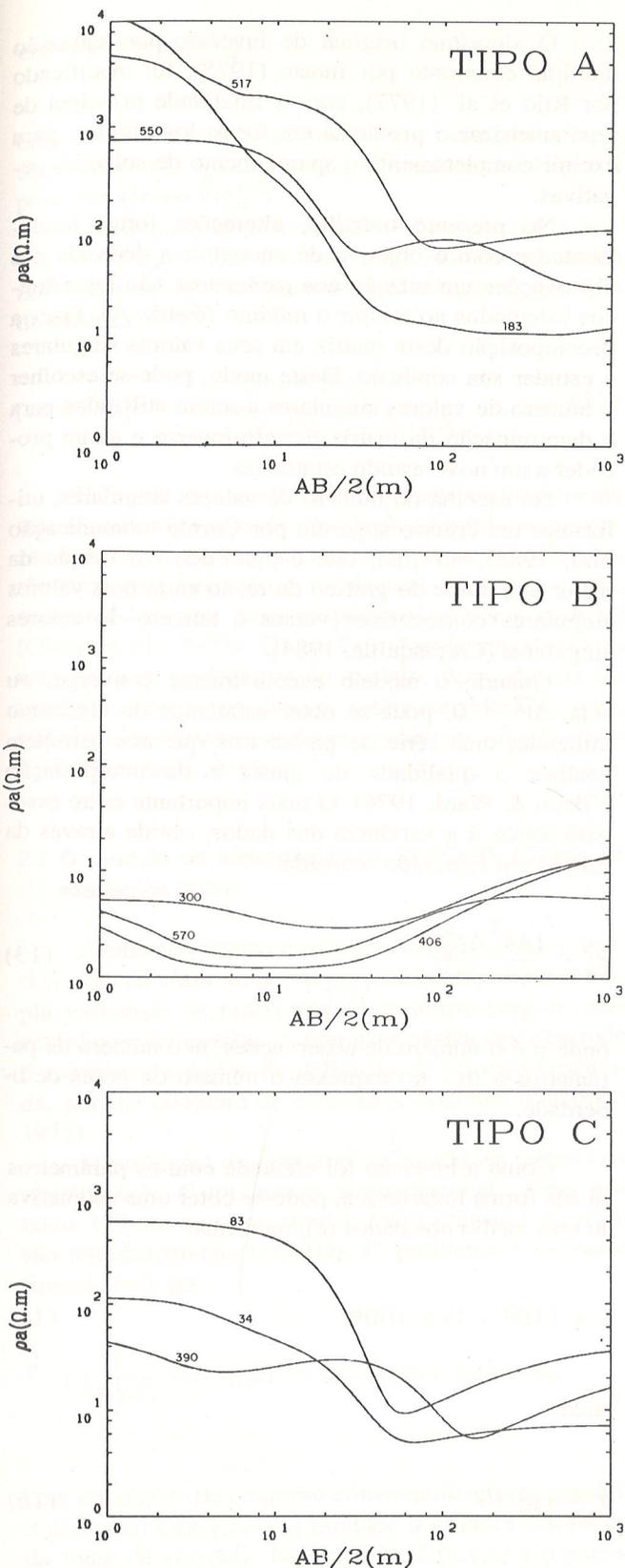


Figura 1. Representantes dos três tipos de SEVs de Marajó.

Figure 1. Types of VES of Marajó.

onde, $s = AB/2$ é a distância do centro do arranjo até um dos eletrodos de corrente (A ou B), I a intensidade de corrente, e $\vec{E}(s, \vec{P})$, é o campo elétrico, dado por:

$$\vec{E}(s, \vec{P}) = \frac{I}{2\pi} \int_0^\infty R(\lambda, (s, \vec{P})) J_1(\lambda s) \lambda d\lambda \quad (2)$$

sendo $J_1(\lambda s)$ a função de Bessel de primeira espécie, de ordem um; \vec{P} é o vetor de parâmetros constituído pelas resistividades (ρ) e espessuras (h) das camadas; λ a variável de integração e $R(\lambda, \vec{P}) = R_1$, é o núcleo de integração fornecido pela recorrência:

$$R_i = \rho_i \frac{R_{i+1} + \rho_i \tanh(\lambda h_i)}{\rho_i + R_{i+1} \tanh(\lambda h_i)} ; i = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (3)$$

$$R_N = \rho_N \quad (4)$$

onde N é o número de camadas do modelo.

Substituindo (2) em (1), se obtém:

$$\rho_a = s^2 \int_0^\infty R(\lambda, \vec{P}) J_1(\lambda s) \lambda d\lambda \quad (5)$$

Por razões computacionais, é conveniente reescrever essa expressão da seguinte maneira:

$$\rho_a = \rho_1 + s^2 \int_0^\infty [R(\lambda, \vec{P}) - \rho_1] J_1(\lambda s) \lambda d\lambda \quad (6)$$

onde usamos o fato de:

$$\int_0^\infty J_1(\lambda s) \lambda d\lambda = \frac{1}{s^2} \quad (7)$$

É bem conhecido que a eq. (6) pode ser escrita como uma integral de convolução. De fato, fazendo a seguinte substituição:

$$e^{-y} = \lambda \quad e^x = s \quad (8)$$

tem-se:

$$\rho_a = \rho_1 + \int_{-\infty}^\infty [R(e^{-y}, \vec{P}) - \rho_1] e^{2(x-y)} J_1(e^{x-y}) dy \quad (9)$$

onde $[R(e^{-y}, \vec{P}) - \rho_1]$ é a função entrada e $e^{2(x-y)} J_1(\frac{2}{3}(x-y))$ a função filtro. Para valores discretos de $[R(e^{-y}, \vec{P}) - \rho_1]$, a integral em questão pode ser aproximada pela soma:

$$\rho_a = \rho_1 + \sum_{j=1}^n c_j [R(e^{-(\ln s - n_j)}, \vec{P}) - \rho_1] \quad (10)$$

onde os n_j são as abscissas dos coeficientes do filtro e s a posição onde ρ_a é calculada. Os coeficientes c_j do filtro, são encontrados em Guptasarma (1982).

2.2 O problema inverso

O problema inverso das SEVs, se baseia no algoritmo dos mínimos quadrados simples (Inman et al., 1973; Pelton et al., 1978):

$$\Delta \vec{P} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \Delta \vec{\rho}_a \quad (11)$$

onde \underline{A} é a matriz sensibilidade (derivada das resistividades, calculadas com relação aos parâmetros, a qual permanece constante durante o processo de inversão); \underline{A}^T é a sua matriz transposta; \vec{P} é o vetor de parâmetros (resistividades e espessuras do modelo); $\Delta \vec{P}$ é a variação entre os parâmetros verdadeiros e os parâmetros que surgem ao ajustar o mínimo; $\Delta \vec{\rho}_a$ é a variação entre as resistividades observadas e as calculadas pela eq. (10).

Embora a eq. (11) convirja rapidamente, é altamente instável, convergindo para um modelo irreal a menos que o erro nos dados seja muito pequeno e se tenha uma tentativa inicial muito próxima do mínimo.

Para assegurar a convergência a partir de modelos iniciais arbitrários, se utiliza o algoritmo:

$$\Delta \vec{P}_i = (\underline{A}^T \underline{A} + \epsilon^2 \underline{I})^{-1} \underline{A}^T \Delta \vec{\rho}_a \quad (12)$$

onde \underline{I} é a matriz identidade, ϵ é um parâmetro variável, conhecido como fator de amortecimento, e i representa o número de iterações. Se ϵ é muito grande, o algoritmo se aproxima ao método gradiente, o qual é lento mas sempre converge. No outro extremo, se ϵ é muito pequeno, tem-se o método de Newton-Raphson, o qual é muito rápido mas pode divergir. A técnica de mudar o valor de ϵ durante o processo de inversão, para assegurar estabilidade e rápida convergência, é conhecida como mínimos quadrados amortecidos (damped least squares ou ridge regression) (Levenberg, 1944; Marquart, 1963).

O algoritmo original de inversão por regressão múltipla elaborado por Inman (1975), foi modificado por Rijo et al. (1977), com a finalidade principal de reparametrizar o problema em forma logarítmica, para excluir completamente o aparecimento de soluções negativas.

No presente trabalho, alterações foram implementadas com o objetivo de encontrar a derivada das observações em relação aos parâmetros não logarítmicos calculados ao atingir o mínimo (matriz \underline{A}), fazer a decomposição desta matriz em seus valores singulares e estudar sua condição. Deste modo, pode-se escolher o número de valores singulares a serem utilizados para a determinação da matriz pseudo-inversa e assim proceder a um novo estudo estatístico.

Na escolha do número de valores singulares, utilizamos um critério sugerido por Corrêa (comunicação oral, 1983), no qual, este é escolhido em função da maior amplitude do gráfico da razão entre dois valores singulares consecutivos versus o número de valores singulares (Carrasquilla, 1984).

Quando o modelo eventualmente converge, ou seja, $\Delta \vec{P} \rightarrow 0$, pode-se obter estatística do algoritmo utilizado, uma série de parâmetros que nos permitem analisar a qualidade do ajuste e da interpretação (Glenn & Ward, 1976). O mais importante entre esses parâmetros é a variância dos dados, obtida através da função chi-quadrado reduzida:

$$\chi_v^2 = \frac{(\Delta \vec{\rho}_a^T \Delta \vec{\rho}_a)}{(n - m)} \quad (13)$$

onde n é o número de observações, m o número de parâmetros e $(n - m)$ expressa o número de graus de liberdade.

Como a inversão foi efetuada com os parâmetros na sua forma logarítmica, pode-se obter uma estimativa do erro médio nos dados (ϵ), na forma:

$$\epsilon = (10^\sigma - 1) \times 100\% \quad (14)$$

onde:

$$\sigma = (\chi_v^2)^{1/2} \quad (15)$$

Da função chi-quadrado reduzida pode-se obter a matriz covariância dos parâmetros, que fornece uma idéia da incerteza da determinação de \vec{P} :

$$\text{cov}(\vec{P}) = \chi_v^2 (\Delta^T \Delta)^{-1} \quad (16)$$

onde, o desvio padrão estimado para cada parâmetro é obtido da raiz quadrada dos elementos da diagonal principal $([\text{cov}(\vec{P})]_{ii}^{1/2})$.

Outra quantidade estatística importante, é a matriz correlação, cujos elementos são determinados normalizando os elementos fora da diagonal principal da matriz $\text{cov}(\vec{P})$:

$$[\text{cov}(\vec{P})]_{ij} = \frac{[\text{cov}(\vec{P})]_{ij}}{\{[\text{cov}(\vec{P})]_{jj}^{1/2} [\text{cov}(\vec{P})]_{ii}^{1/2}\}} \quad (17)$$

Parâmetros com altos desvios padrões usualmente tem altos coeficientes de correlação. Assim, as incertezas calculadas podem ser maiores que os próprios parâmetros, por isso não é recomendável, nestes casos, apresentá-los com seus respectivos desvios padrões (Glenn et al., 1973). Os coeficientes de correlação linear entre os parâmetros do modelo, derivados da inversão dos dados geofísicos, serão considerados altos quando apresentarem valores iguais ou maiores que 0.71 (Ward et al., 1976).

2.3 O modelo de eletroresistividade 2D-3D, através de elementos finitos

Elementos finitos é uma técnica de análise numérica para se obter soluções aproximadas para uma ampla variedade de problemas de contorno com as mais complexas geometrias. A premissa básica deste método é aproximar a região de definição da solução procurada, por um conjunto de elementos discretos (Huebner, 1975).

O problema de contorno associado ao método de resistividade é totalmente tridimensional, visto que tanto a fonte como as propriedades elétricas do meio são tridimensionais (3D-3D). O problema é expresso formalmente por:

$$\nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho(x,y,z)} \nabla U(x,y,z) \right] = I \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \delta(z-z_0) \quad (18)$$

com condições de contorno convenientes, para garantir o potencial $U(x,y,z)$ seja limitado a grandes distâncias da fonte de corrente. Na eq. (18), $U(x,y,z)$ é o potencial elétrico, $\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)$ é a função delta tridimensional de Dirac representando uma fonte pontual de corrente, $\rho(x,y,z)$ é a resistividade do meio e $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$.

Um meio tridimensional, cujas geometria e propriedades elétricas não variam ao longo de um dos eixos horizontais de coordenadas (y , por exemplo), se reduz a um meio bidimensional (2D, como é o caso de estruturas longas do tipo paleocanal). Se esse é o caso, o problema de modelamento 3D-3D se transforma num problema 2D-3D, em virtude da fonte ser tridimensional (Rijo, 1982).

A técnica usual para lidar com um problema 2D-3D é transformá-lo num problema 2D-2D através da transformada de Fourier:

$$U(x,k_y,z) = (1/\pi) \int_{-\infty}^{\infty} U(x,y,z) \exp(ik_y y) dy \quad (19)$$

Feito isto, no domínio da transformada, a equação diferencial (18) torna-se:

$$\hat{\nabla} \cdot \left[\left(\frac{1}{\rho(x,z)} \right) \hat{\nabla} \hat{U}(x,k_y,z) \right] = I \delta(x-x_0) \delta(z-z_0) \text{ em } \hat{\Omega} \quad (20)$$

enquanto que as condições de contorno se reduzem a:

$$n \cdot \left[\left(\frac{1}{\rho(x,z)} \right) \left(\frac{\partial \hat{U}}{\partial x} \right); \left(\frac{1}{\rho(x,z)} \right) \left(\frac{\partial \hat{U}}{\partial z} \right) \right] = 0 \text{ em } \partial \hat{\Omega}_1 \quad (21)$$

$$\hat{U} = \hat{U}_2 \text{ em } \partial \hat{\Omega}_2 \quad (22)$$

onde $\hat{U}(x,k_y,z)$ é a transformada do potencial elétrico; $\hat{\nabla} = (\partial/\partial x, k_y, \partial/\partial z)$; $\delta(x-x_0)\delta(z-z_0)$ é a função delta bidimensional de Dirac; $\hat{\Omega}$ é uma região que representa uma parte da subsuperfície; $\partial \hat{\Omega}_1$ é a interface terra-ar e $\partial \hat{\Omega}_2$ é a fronteira de $\hat{\Omega}$ dentro da terra, localizada longe da fonte transformada.

Para implementar a técnica dos elementos finitos, a região $\hat{\Omega}$ é dividida em um número finito de subdomínios denominados elementos. Nesse trabalho usamos apenas elementos triangulares, como ilustra a Fig. 2a. A construção do modelo discreto (a malha para os elementos finitos), é um aspecto importante neste método. O primeiro passo é decidir a extensão do modelo finito escolhido para representar a região contínua infinita, que deve ser suficientemente grande para que os valores calculados ao longo da borda externa sejam próximos aos valores de fronteira (Fig. 2b) (Rijo, 1977).

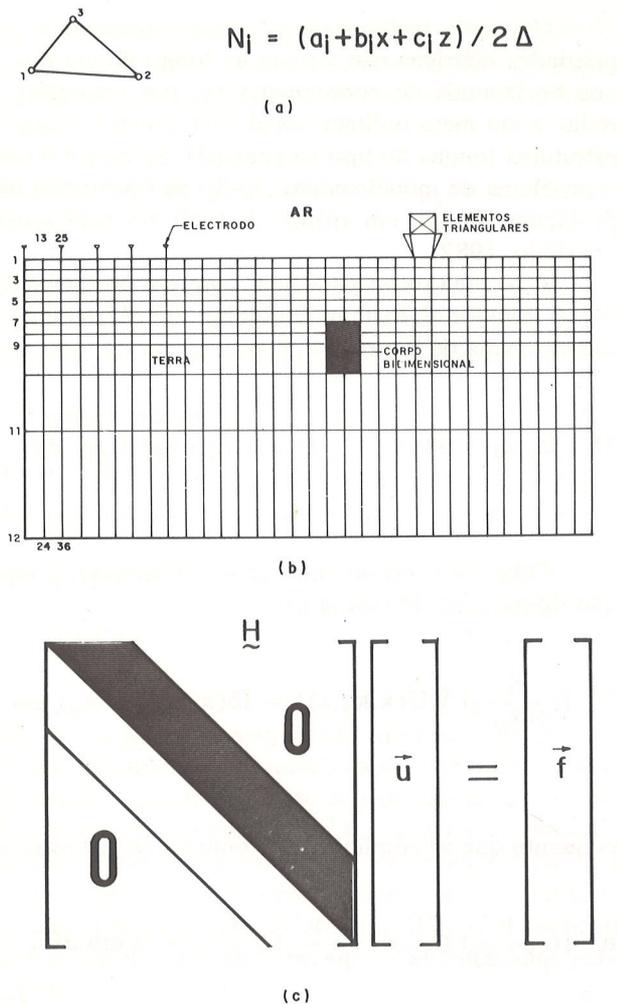


Figura 2. Elementos finitos. (a) Polinômios lineares e elementos triangulares, (b) região em estudo, discretizada em elementos triangulares e (c) sistema linear bandeado (adaptado de Rijo, 1982; "Mathematical Modelling of Applied Geoelectromagnetism").

Figure 2. Finite elements. (a) Linear polynomial and triangular elements, (b) studied region, discretized in triangular elements and (c) banded system of linear equations (after Rijo, 1982; "Mathematical Modelling of Applied Geoelectromagnetism").

A função $\hat{U}(x, k_y, z)$ é aproximada sobre cada elemento por polinômios lineares, que são definidos usando-se valores nodais da função procurada, e que constituem as variáveis que serão determinadas. Estes polinômios têm a forma:

$$N_i = \frac{(a_i + b_i x + c_i z)}{2\Delta}; i = 1, 2, 3 \quad (23)$$

onde x e z são as coordenadas de um ponto arbitrário dentro do triângulo; a_i, b_i e c_i são constantes que dependem das coordenadas dos vértices do triângulo e Δ é a área do elemento (Fig. 2a) (Huebner, 1975).

Para se obter as equações matriciais dos elementos, usamos o método de Galerkin (Rijo, 1982). Por conseguinte, a formulação variacional equivalente a (20) e (21) em cada elemento $\hat{\Omega}^e$ é:

$$\underline{H}^e \{ \hat{U} \}^e = \{ f \}^e \quad (24)$$

onde

$$h_{ij} = \int \int_{\hat{\Omega}^e} \left(\frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) - k_y^2 N_i N_j \right] \right) dx dy$$

$$f_i = \int \int_{\hat{\Omega}^e} I \delta(x-x_0) \delta(z-z_0) N_i dx dy$$

Agrupando as equações matriciais elementares segundo a numeração dos nós da malha forma-se a equação matricial global:

$$\underline{H} \{ \hat{U} \} = \underline{f} \quad (25)$$

A matriz \underline{H} é bandeda, esparsa e positivo definida (Fig. 2c) mesmo após a incorporação das condições de contorno de Dirichlet (22). Sua solução é facilmente obtida através do algoritmo da fatorização de Cholesky (Rijo, 1982).

Para se ter de volta a solução do problema original 2D-3D, efetua-se a transformada inversa de Fourier. Como a função $\hat{U}(x, k_y, z)$ é par, em relação a parâmetro k_y , a transformada inversa de Fourier se reduz a:

$$U(x, y, z) = (1/\pi) \int_0^\infty \hat{U}(x, k_y, z) \cos(k_y y) dy \quad (26)$$

Na prática, esta transformada inversa é calculada numericamente a partir de alguns pontos discretos de $\hat{U}(x, k_y, z)$. Após obtidos os potenciais, determinam-se as resistividades aparentes, através de $\vec{E} = -\Delta U(x, y, z)$ e (1).

3. ANÁLISE DAS SEVs

3.1 Inversão

Para se estudar a validade do uso do modelo estratificado na interpretação geoeletrica no Marajó, uma SEV característica de cada um dos três tipos de curvas apresentadas na Fig. 1 (Carrasquilla et al., 1991), foi escolhida para ser submetida ao tratamento estatístico da inversão.

3.1.1 SEV do tipo A (nº 517)

A Fig. 3 mostra a SEV 517 depois de ser interpretada através do método da inversão, com um modelo de quatro camadas, onde os círculos representam os dados de campo e a linha contínua, o modelo invertido.

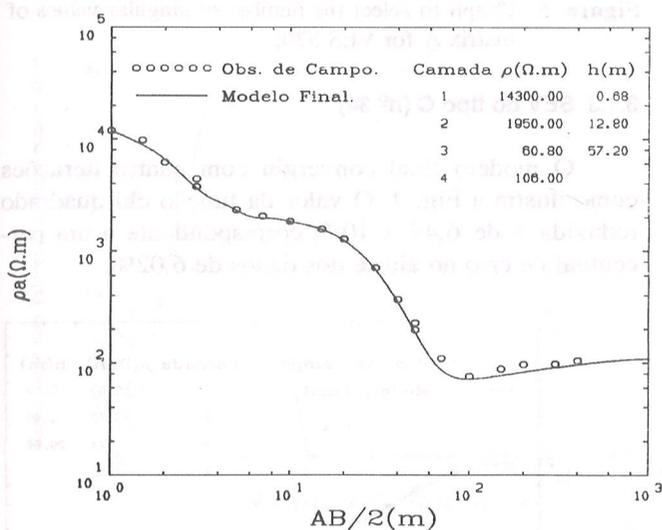


Figura 3. Resultado da inversão da SEV 517.

Figure 3. Inversion of VES 517.

Para atingir o mínimo, precisou-se de 18 iterações, resultando um valor da função chi-quadrado reduzida igual a $7,97 \times 10^{-4}$, o que corresponde a um erro de ajuste dos dados de 6,72%. Este erro é aceitável, uma vez que a precisão dos dados dessa sondagem está dentro dos 5%, que corresponde a um valor de erro típico nos dados de campo.

A matriz correlação desta SEV mostra as seguintes altas correlações:

Positivas		Negativas	
Correlação	%	Correlação	%
$\rho_3 - h_3$	92	$\rho_3 - h_2$	-80
$\rho_4 - h_3$	78	$\rho_1 - h_1$	-81

onde ρ_i representa a resistividade da camada e h_i a sua espessura.

Observando o quadro acima, nota-se que o parâmetro ρ_2 é o único que não está correlacionado com os demais. Desta forma, obteve-se da matriz de covariância um intervalo de incerteza igual a $\pm 1345,00 \Omega.m$, para ρ_2 .

Para a SEV em questão, o critério da escolha do número de valores singulares da matriz \underline{A} resultou num valor igual a 2 (Fig. 4), ou seja, eliminaram-se os outros cinco autovalores. Isto indica que a maioria dos parâmetros não podem ser determinados com exatidão.

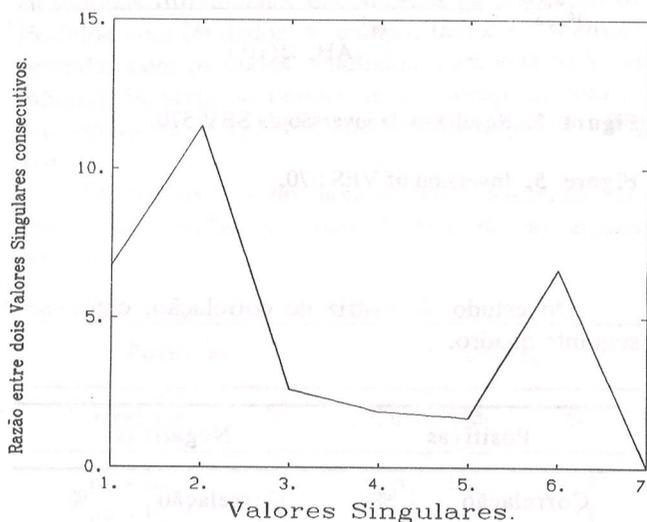


Figura 4. Gráfico para a escolha do número de valores singulares da matriz \underline{A} para a inversão da SEV 517.

Figure 4. Graph to select the number of singular values of matrix \underline{A} for VES 517.

A dificuldade de se determinar os parâmetros do modelo pela inversão, mostra a existência de informações nos dados que não são facilmente modeladas com um modelo simples de camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas, mesmo considerando o ótimo ajuste entre os dados de campo e o modelo final, como ilustra a Fig. 3. Isto significa que nem sempre um ajuste puramente matemático corresponde a um modelo geologicamente aceitável.

3.1.2 SEV do tipo B (nº 570)

A Fig. 5 mostra o modelo final de três camadas após convergir com apenas uma iteração. Ela apresenta um valor da função chi-quadrado reduzida de $1,62 \times 10^{-4}$, o que equivale a um erro percentual no ajuste entre o modelo e os dados de 2,98%.

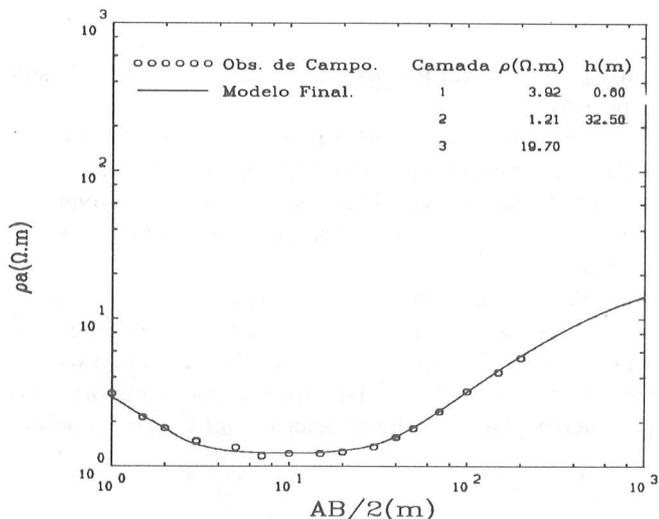


Figura 5. Resultado da inversão da SEV 570.

Figure 5. Inversion of VES 570.

Do estudo da matriz de correlação, obtém-se o seguinte quadro:

Positivas		Negativas	
Correlação	%	Correlação	%
$\rho_3 - h_2$	85	$\rho_1 - h_1$	-85

Observa-se que o parâmetro ρ_2 é o único que não está correlacionado com nenhum outro, e por conseguinte, o seu intervalo de incerteza obtido através da matriz de covariância é igual a $\pm 1,32 \Omega.m$.

A escolha do número de valores singulares da matriz \underline{A} para esta SEV, resulta num valor igual a 1 (Fig. 6), significando que muita informação nos dados não é incorporada ao processo de inversão.

A exemplo do caso anterior, o resultado da análise estatística indica que o modelo estratificado é inadequado para modelar as sondagens dessa família.

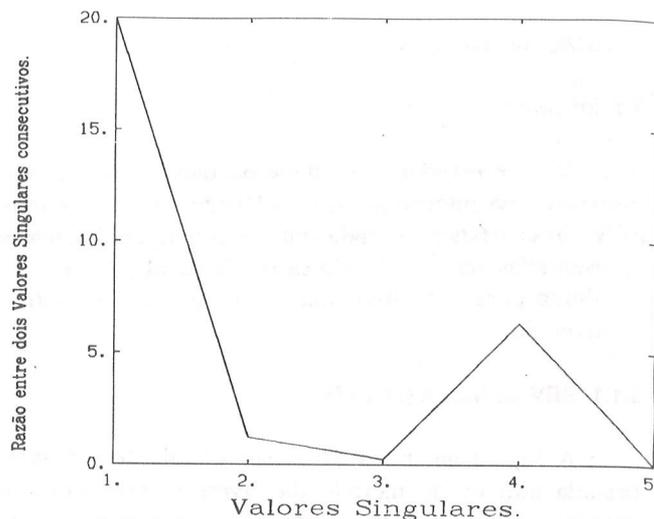


Figura 6. Gráfico para a escolha do número de valores singulares da matriz \underline{A} para a inversão da SEV 570.

Figure 6. Graph to select the number of singular values of matrix \underline{A} for VES 570.

3.1.3 SEV do tipo C (nº 34)

O modelo final convergiu com quatro iterações como ilustra a Fig. 7. O valor da função chi-quadrado reduzida é de $6,46 \times 10^{-4}$, correspondente a um percentual de erro no ajuste dos dados de 6,02%.

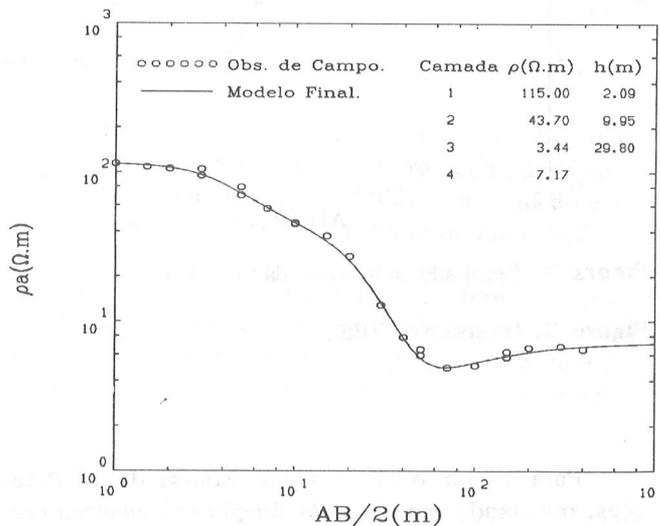


Figura 7. Resultado da inversão da SEV 34.

Figure 7. Inversion of VES 34.

Analisando a matriz correlação, pode-se observar que existem as seguintes altas correlações entre os parâmetros:

Positivas		Negativas	
Correlação	%	Correlação	%
$\rho_3 - h_3$	92	$\rho_2 - h_1$	-85
		$\rho_2 - h_2$	-76
		$\rho_3 - h_2$	-92
		$h_2 - h_3$	-84

Os parâmetros ρ_1 e ρ_4 são os únicos que não estão correlacionados com os demais, portanto, seus intervalos de incertezas são $\pm 3,76 \Omega.m$ e $\pm 6,78 \Omega.m$, respectivamente.

O critério da escolha do número de valores singulares da matriz A , resultou num valor igual a 2 (Fig. 8) para esta SEV, o que significa desprezar os demais autovalores, e com isso uma perda de informação.

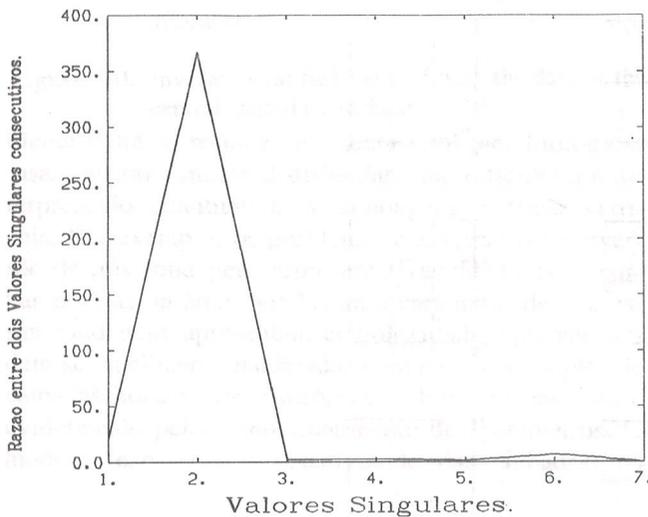


Figura 8. Gráfico para a escolha do número de valores singulares da matriz A para a inversão da SEV 34.

Figure 8. Graph to select the number of singular values of matrix A for VES 34.

A exemplo das SEVs acima analisadas, a estatística da inversão dessa SEV indica que os valores das resistividades e espessuras das camadas não são univocamente determinadas a despeito do excelente ajuste entre os dados de campo e o modelo estratificado (Fig. 7).

3.2 Modelamento bidimensional com elementos finitos

Com base na análise da inversão das SEVs pode-se concluir que a ambigüidade na determinação dos parâmetros (resistividades e espessuras) deve-se ao fenômeno do princípio da equivalência entre modelos

estratificados e/ou a presença de informações nos dados de campo que não podem ser interpretadas através de modelos unidimensionais.

Para analisar a influência das variações laterais de resistividade nos dados das SEVs utilizamos a técnica dos elementos finitos e com isso simulamos as SEVs de vários modelos bidimensionais com base na geologia da área.

A Fig. 9 mostra alguns desses modelos bidimensionais e as respectivas SEVs. Observando atentamente as curvas dessas SEVs, nota-se algumas deformações que não são verificadas no caso de meios estratificados. Por exemplo, o ramo terminal de algumas dessas curvas apresenta inclinação superior a 45° , o que não acontece em modelos estratificados. Estas deformações complicam o processo de inversão das SEVs, visto que o algoritmo utilizado tem como modelo direto as camadas horizontais.

A sondagem para um corpo bidimensional soterrado e centrado, com relação ao arranjo de eletrodos Schlumberger (Fig. 9), foi invertida para verificar se as mesmas dificuldades encontradas na resolução dos modelos com os dados de campo, também seriam observadas com os dados simulados. Para esta SEV, um mínimo foi atingido depois de 20 iterações, com um erro no ajuste de 11,98%, considerado muito alto (Fig. 10).

Os parâmetros do modelo final mostraram também altas correlações, como é ilustrado no seguinte quadro:

Positivas		Negativas	
Correlação	%	Correlação	%
$\rho_1 - h_3$	72	$\rho_1 - h_3$	-71
$\rho_1 - h_1$	100	$\rho_3 - h_1$	-71
$\rho_2 - h_2$	100	$h_1 - h_3$	-71
$\rho_2 - h_1$	100		

Após as 20 iterações, este modelo divergiu completamente. Isto reflete a presença nos dados, de informações que não podem ser modeladas com um modelo de camadas estratificadas. Esses resultados apresentam o mesmo tipo de problemas observados na inversão das SEVs com dados reais, ou seja, parâmetros muito correlacionados que refletem o uso de modelos geofísicos inadequados na interpretação dos dados.

Outros modelos bidimensionais testados no programa dos elementos finitos, foram o de um paleocanal aflorante e um paleocanal soterrado, tal como mostram as Figs. 9e e 9f. É interessante notar a semelhança

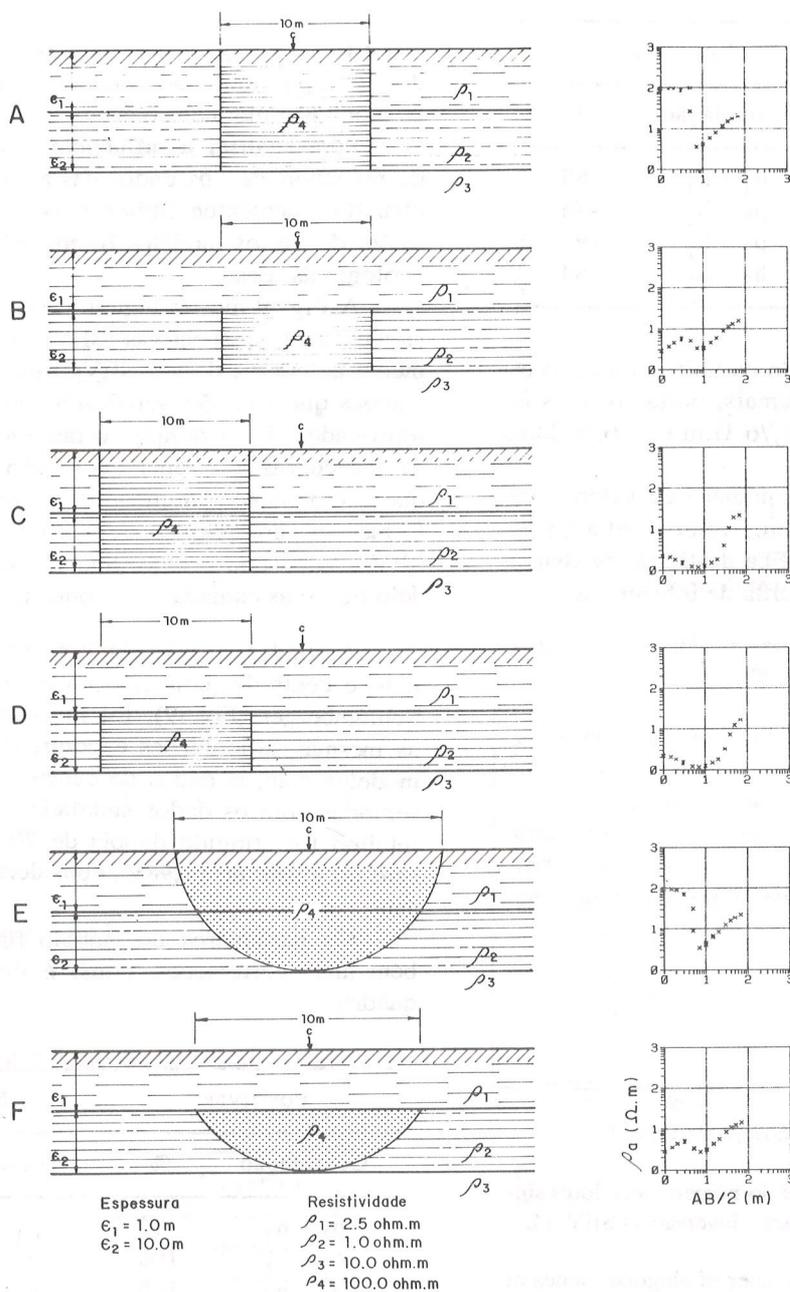


Figura 9. Modelos bidimensionais de paleocanais e suas respectivas SEVs.

Figure 9. Calculated two-dimensional models for paleochannels and their respective VES.

existente entre o resultado do modelo do paleocanal aflorante e a SEV nº 83 da Fig. 1, a qual foi obtida em cima de um paleocanal. É importante observar, também, que a geometria do corpo modelado aflorante tem muita influência na forma da SEV, sobretudo nos primeiros pontos; isto pode ser observado nas Figs. 9a e 9e, que correspondem aos modelos que aparecem ao lado na figura. Quando o corpo é soterrado, a geometria não tem muita influência na forma da SEV, tal

como aparece nas Figs. 9b e 9f. Na mesma Fig. 9, também é evidente que quando a estrutura bidimensional não está centrada, as respostas de um corpo aflorante e um soterrado, não diferem muito uma da outra (Figs. 9c e 9d).

4. CONCLUSÕES

A parte leste da Ilha de Marajó, típica de um am-

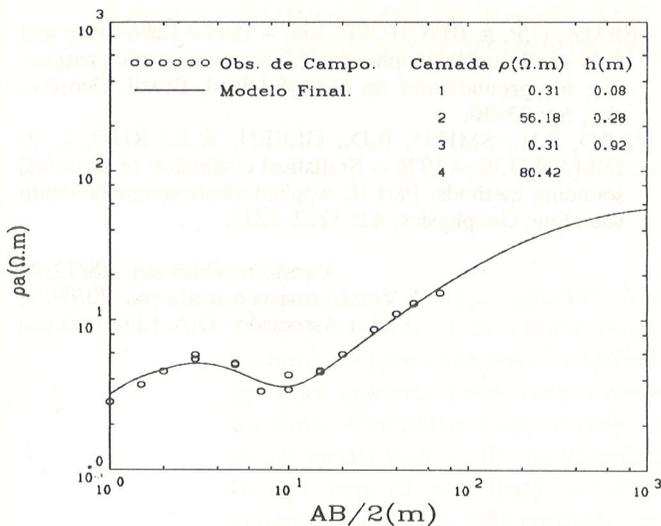


Figura 10. Modelo estratificado para ajustar através da inversão os dados de um paleocanal centrado não aflorante.

Figure 10. Inverted stratified model fitting the data of the central-buried paleochannel.

biente deltaico recente, apresenta variações litológicas rasas, aleatoriamente distribuídas, que dificultam a interpretação quantitativa de sondagens elétricas verticais. Por exemplo, os problemas encontrados na inversão de três sondagens representativas dos tipos de curvas obtidas na área, nos levam à conclusão de que essas sondagens apresentam complexidades que não podem ser facilmente modeladas com modelos simples de camadas horizontais, isotrópicas e homogêneas. Isto é evidenciado pelo comprometimento dos parâmetros do modelo (espessura e resistividade das camadas) na

forma de altas correlações, desvio padrões maiores que os próprios parâmetros e o sistema linear do algoritmo de inversão quase singular. Desta forma, mesmo conseguindo através da inversão um modelo matematicamente convergente, que se ajusta perfeitamente aos dados, os parâmetros podem não ser únicos, seja devido ao fato de se usar durante o processo de inversão um modelo inadequado ou seja devido ao fenômeno clássico da equivalência. Nesse segundo caso é imprescindível dispor de informações adicionais de caráter geológico para controlar as incertezas. No caso de variações laterais de resistividade é necessário a utilização de técnicas numéricas avançadas para modelar com exatidão os possíveis modelos bidimensionais. Para isso é necessário também, dispor de informações geológicas adicionais para vincular os modelos bidimensionais o mais próximo possível da realidade.

Em resumo, a análise com os dados de Marajó ilustra que o método das sondagens elétricas verticais Schlumberger em ambientes heterogêneos deve ser usado com cautela. Todavia, usando-se informações extras de caráter geológico juntamente com técnicas de simulação numérica (elementos finitos, por exemplo), pode-se contornar as dificuldades e obter excelentes resultados a exemplo do que acontece na prospecção em meios estratificados.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Sr. Ronald Vieira pela confecção das figuras e aos revisores pelo aprimoramento do trabalho. Esta pesquisa foi financiada pela FINEP/CNPq.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEMERGUY, R.L. - 1981 - Estudo sedimentológico dos paleocanais da região do Rio Paracauri, Ilha de Marajó, Estado do Pará. Dissertação de mestrado, Belém, NCGG/UFPA. 95 p.
- BHATTACHARYA, P.K. & PATRA, H.P. - 1968 - Direct Current Geoelectric Sounding Principles and Interpretation. Elsevier, Amsterdam, 135 p.
- CARRASQUILLA, A.A. - 1984 - Estudo geofísico regional sobre águas subterrâneas na Ilha de Marajó, Pará, Brasil. Dissertação de mestrado, NCGG/UFPA, 143 p.
- CARRASQUILLA, A.A.; RIJO, L. & PORSANI, M.J. - 1991 - Estudo geofísico regional sobre águas subterrâneas na Ilha de Marajó. Aceito para publicação na Revista Brasileira de Geofísica.
- GLEEN, W.E. & WARD, S.H. - 1976 - Statistical evaluation of electrical sounding methods. Part I: Experimental design. *Geophysics*, **41**: 1207-1222.
- GLEEN, W.E.; RYU, J.; WARD, S.H.; PEEPLES, J.J. & PHILLIPS, R.J. - 1973 - The inversion of vertical magnetic dipole sounding data. *Geophysics*, **38**: 1109-1129.
- GUPTASARMA, D. - 1982 - Optimization on short digital linear filter for increased accuracy. *Geophysical Prospecting*, **30**: 501-514.
- HUEBNER, K. - 1975 - The Finite Elements Methods for Engineers. John Wiley & Sons, New York, 500 p.
- INMAN, J.R. - 1975 - Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics*, **40**: 789-817.
- INMAN, J.R.; RYU, J. & WARD, S.H. - 1973 - Resistivity inversion. *Geophysics*, **38**: 1088-1108.
- KOEFOD, O. - 1979 - Geosounding Principles. 1: Methods in Geochemistry and Geophysics, 14A. Elsevier, Amsterdam, 276 p.
- LEVENBERG, K. - 1944 - A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quart. Appl. Math.*, **2**: 164-168.
- MARQUART, D.W. - 1963 - An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, **11**: 431-441.
- PELTON, W.H.; RIJO, L. & SWIFT JR., C.M. - 1978 - Inversion of two-dimensional resistivity and induced-polarization data. *Geophysics*, **43**: 1521-1536.

- zation data. *Geophysics*, **43**: 788-803.
- PORSANI, M.J. - 1981 - Paleocanais, uma opção para a prospecção de água subterrânea rasa na Ilha de Marajó. Dissertação de mestrado, Belém, NCGG/UFPA, 109 p.
- RIJO, L. - 1977 - Modelling of electric and electromagnetic data. Ph.D. Thesis, University of Utah, Salt Lake City, 242 p.
- RIJO, L. - 1982 - Mathematical modelling of applied geoelectromagnetism. Proceedings of the International Symposium on Applied Geophysics in Tropical Regions, Belém, Brazil, **1-8**: 429-471.
- RIJO, L.; PELTON, W.H.; FEITOSA, E.C. & WARD, S.H. - 1977 - Interpretation of apparent resistivity data from Apodi Valley, Rio Grande do Norte, Brazil. *Geophysics*, **42**: 811-822.
- VERMA, O.P. & BISCHOFF, J.H. - 1989 - Laboratory and field studies of the application of electromagnetic prospecting for groundwater on Marajó Island, Brazil. *Geophysics*, **54**: 23-30.
- WARD, S.H.; SMITH, B.D.; GLEEN, W.E.; RIJO, L. & INMAN, J.R. - 1976 - Statistical evaluation of electrical sounding methods. Part II: Applied electromagnetic depth sounding. *Geophysics*, **41**: 1222-1235.

Versão recebida em: 18/12/90

Versão revista e aceita em: 20/09/91

Editor Associado: O.A. Lima de Lima