

COMPARAÇÃO DA SOLUÇÃO COMPLETA DO SISTEMA DE LAMÉ COM ESPECTRO DE SISMOGRAMAS

Georgy Mitrofanov¹, Viatcheslav Ivanovich Priimenko² e André Duarte Bueno³

Recebido em 14 outubro, 2008 / Aceito em 5 janeiro, 2010
Received on October 14, 2008 / Accepted on January 5, 2010

ABSTRACT. The questions connected with the solution of direct and inverse dynamic problems for thin layer elastic models in spectral domain are considered in this work. The solution of the corresponding direct problem is obtained using the complete Lamé system represented in two-dimensional spectral domain. Such transition is based on the Laplace transform with respect to the time variable and the Fourier-Bessel transform with respect to the spatial variables. Similar transformations are used for calculation of corresponding two-dimensional spectra by multicomponent seismograms. The possibility of compatibility of these two types of the spectra calculated theoretically and using real seismograms is studied. The matter is that the direct problem, solved in the spectral domain, defines the seismograms in infinite limits on the spatial and time variables. At the same time we have real observation on the limited aperture and in a finite time interval. Transformation of the limited discrete seismogram gives the deformed spectrum which can essentially differ from the theoretical solution. We study the influence of the Laplace parameter and smoothing filters on degree of compatibility of two specified types of spectra. There is shown the possibility to obtain comprehensible degree of compatibility of these spectra for synthetic seismograms, allowing to differentiate types of the models and to distinguish change of their parameters.

Keywords: thin layer elastic models, Lamé system, direct and inverse problems, Laplace and Fourier-Bessel transforms, spectral analysis, limited aperture.

RESUMO. Neste trabalho foram consideradas questões associadas à solução de problemas dinâmicos diretos e inversos para os modelos elásticos delgados no domínio espectral. A solução de problemas diretos obtém-se usando a transformação do sistema de Lamé completo no domínio espectral bidimensional utilizando a transformada de Laplace com respeito à variável temporal e a transformada de Fourier-Bessel com respeito às variáveis espaciais. Tais transformadas utilizam sismogramas multicomponentes para cálculo dos espectros correspondentes. Uma questão fundamental é a possibilidade de combinação dos espectros, calculados teoricamente e por sismogramas reais. A dificuldade é que o problema direto, resolvido no domínio espectral, define o sismograma com limites infinitos com respeito às variáveis temporal e espaciais. Ao mesmo tempo as observações reais são registradas com abertura limitada e num intervalo de tempo finito. A transformação de sismogramas limitados e discretos dá um espectro deformado, que pode ser bem diferente da solução teórica. Neste trabalho estuda-se a influência do parâmetro de Laplace e dos filtros de suavização no grau de compatibilidade entre estes dois tipos de espectros. O resultado principal desta investigação foi a obtenção de um nível aceitável de compatibilidade dos espectros para sismogramas sintéticos, o que permite diferenciar vários tipos de modelos e distinguir a mudança dos parâmetros deles.

Palavras-chave: modelos elásticos delgados, sistema de Lamé, problemas diretos e inversos, transformadas de Laplace e de Fourier-Bessel, análise espectral, abertura limitada.

¹Institute of Geology and Geophysics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, pr. Koptyuga, 4, Akademgorodok, 630090 Novosibirsk, Russia. Phone: (73832) 333909 – E-mail: george@uiggm.nsc.ru

²Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo (LENEP), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Rod. Amaral Peixoto, km 163, Imboassica, 27925-310 Macaé, RJ, Brasil. Tel.: (22) 2765-6562; Fax: (22) 2765-6577 – E-mail: slava@lenep.uenf.br

³Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo (LENEP), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Rod. Amaral Peixoto, km 163, Imboassica, 27925-310 Macaé, RJ, Brasil. Tel.: (22) 2765-6564; Fax: (22) 2765-6565 – E-mail: bueno@lenep.uenf.br

INTRODUÇÃO

Existe um número significativo de trabalhos dedicados a construção da solução do problema inverso dinâmico da sísmica no domínio espectral. Uma análise bastante detalhada destes trabalhos foi feita em Ursin (1983) e Pratt (1999), por esta razão não entraremos nos detalhes. Marcamos somente dois aspectos principais. O primeiro está relacionado à utilização da transformada de Fourier temporal na transformação de equações diferenciais e dados do problema. O segundo está relacionado à utilização do método espectral em restrições que são definidas pelos modelos acústicos e de dados, correspondentes a sistemas de observação com afastamento zero.

Neste trabalho considera-se um método de transição no domínio espectral um pouco diferente, baseado na utilização da transformada de Laplace, veja Ursin (1983), Karchevsky (2005), Mitrofanov et al. (2009a). Uma vantagem deste método é que o parâmetro de Laplace pode ser utilizado para regularização do processo de busca do mínimo do funcional objetivo. Isto possibilita construir uma estratégia efetiva de minimização, que leva à solução exata do problema inverso para modelos delgados (Mitrofanov et al., 2009b). O problema é resolvido utilizando-se o sismograma multicomponente com a distância fonte-receptor arbitrária. Isto nos leva a necessidade de considerar os espectros bidimensionais com respeito às frequências temporal e espacial.

As vantagens do método espectral muitas vezes demonstram-se no domínio espectral e somente com dados sintéticos. Uma das dificuldades existentes está relacionada à grande diferença entre os espectros calculados com base na solução teórica e os sismogramas reais. Existem várias causas para isto. Uma delas é a limitação da abertura e o uso da representação discreta de dados reais. Por isso, é necessária uma análise da possibilidade de compatibilidade dos espectros dos sismogramas multicomponentes com a solução completa do sistema de Lamé no domínio espectral. Este estudo será feito de duas formas. Primeiro, vamos analisar como o parâmetro de Laplace pode influir nos espectros calculados e na forma dos sinais observados no sismograma multicomponente. Segundo, vamos analisar como obter melhor compatibilidade entre os dois tipos de espectros.

Uma análise dedicada à primeira dessas formas, foi feita em Mitrofanov et al. (2009a), onde foi ilustrado que a combinação, razoavelmente completa, dos espectros bidimensionais pode ser atingida somente para valores elevados da parte real do parâmetro de Laplace. Neste artigo, considerando um exemplo simples, será analisada a influência deste parâmetro na informação sobre objetos ondulados (objetos estes que estão contidos no sismograma multicomponente observado).

Devemos considerar que temos alguma liberdade na escolha do valor do parâmetro de Laplace e na escolha da região de frequências, onde a melhor combinação destes espectros pode ser fornecida. Além disso, podemos tentar construir filtros ótimos que produzem o resultado desejado para um intervalo de frequências considerando o parâmetro de Laplace fixo. Assim, uma visão ampla do problema fornece-nos a possibilidade de conseguir uma combinação ótima dos dados teóricos e reais que permitam obter a melhor estrutura do funcional que será usado na solução do problema inverso.

Outro ponto importante é a definição do modelo do objeto alvo. A questão é que na solução de problemas dinâmicos inversos para objetos delgados com base em observações reais, estamos trabalhando no limite das possibilidades do método sísmico. De fato, muitas vezes estamos na área de incerteza, ligada à estrutura do modelo (número e espessura das suas camadas) com valores de parâmetros elásticos previstos. Por isso, a possibilidade da fixação de um tipo de modelo pode afetar a qualidade das estimativas dos parâmetros elásticos e das espessuras de camadas.

Uma escolha adequada de um dos parâmetros do modelo, por exemplo, número das suas camadas, pode ser realizada com base na comparação dos espectros considerados. A escolha é baseada no grau de semelhança entre os espectros teóricos, construídos para vários tipos de modelos, e os espectros de sismogramas observados. A comparação é baseada na correlação mútua entre espectros.

Este trabalho faz parte da nossa pesquisa, e está ligado ao processo de reconstrução dos parâmetros elásticos do meio delgado. Este processo é baseado na solução do problema inverso dinâmico da sísmica, que pode ser formulado da seguinte maneira.

Consideremos um meio composto por n camadas estratificadas com interfaces $\mathbf{0} = z_0 < z_1 < \dots < z_n < \infty$. As propriedades físicas de cada camada $z_{k-1} < z < z_k$, $k = 1, 2, \dots, n$, caracterizam-se pelos coeficientes de Lamé λ , μ , e densidade ρ ; todas as funções são constantes por partes com descontinuidades nos pontos z_k , $k = 1, 2, \dots, n$. As oscilações elásticas no meio são geradas por uma fonte do tipo centro de expansão, definida pela equação:

$$\rho_s \pi g(t) \text{grad } \delta(x, y, z - z_s),$$

onde z_s ($z_s > 0$, $z_s \neq z_k$, $k = 1, \dots, n$) é a profundidade da fonte, $g(t)$, $g(t) \equiv 0$ para $t < 0$, é a forma de impulso, $\delta(x, y, z)$ é delta de Dirac, e ρ_s é a densidade do meio onde situa-se a fonte.

Visto que o problema é formulado para um meio horizontalmente estratificado, podemos usar a simetria de meio e fonte, para representar o mesmo no sistema de coordenadas cilíndricas:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = z$$

$$0 \leq r < \infty \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\infty < z < \infty$$

Neste caso, o vetor de deslocamento não depende da coordenada angular, e tem somente dois componentes: $U(z, r, t)$ – radial (horizontal) e $W(z, r, t)$ – vertical. O sistema de Lamé é representado em coordenadas cilíndricas da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial z} \right) + (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r^2} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu W) \right) - \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \\ & = \rho_s \delta''(r) \delta(z - z_s) g(t) \\ & \frac{\partial}{\partial z} \left((\lambda + 2\mu) \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \\ & + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \left(\mu \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda U) \right) - \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \\ & = \rho_s g(t) \delta'(r) \delta'(z - z_s) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Para a transição de uma função $S(z, r, t)$ no domínio espectral utilizamos as transformada de Fourier-Bessel para a variável espacial r e a transformada de Laplace para a variável temporal t :

$$\tilde{S}(z, \nu, p) = \int_0^\infty e^{pt} dt \int_0^\infty S(z, r, t) J_m(r\nu) r dr, \quad (2)$$

onde J_m é a função de Bessel de ordem m , ν é a frequência espacial da transformada de Fourier-Bessel, e p é o parâmetro da transformada de Laplace; $p = -\alpha + i\omega$ e $\omega = 2\pi f$, f é a frequência temporal. O índice m é igual a 0 para o componente vertical $W(z, r, t)$, e 1 para a componente horizontal $U(z, r, t)$.

Então, as Eqs. (1) no domínio espectral podem ser representadas como:

$$\left\{ \begin{aligned} & \rho \frac{d}{dz} \left(\mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \nu \mu \tilde{W} \right) - \nu \lambda \frac{d\tilde{W}}{dz} \\ & - [(\lambda + 2\mu)\nu^2 + \rho p^2] \tilde{U} = \nu \rho_s \tilde{g}(p) \delta(z - z_s) \\ & \rho \frac{d}{dz} \left((\lambda + 2\mu) \frac{d\tilde{W}}{dz} + \nu \lambda \tilde{U} \right) + \nu \mu \frac{d\tilde{U}}{dz} \\ & - (\mu \nu^2 + \rho p^2) \tilde{W} = -\rho_s \tilde{g}(p) \frac{d}{dz} \delta(z - z_s) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

onde $\tilde{g}(p)$ é a transformada de Laplace da função $g(t)$. Como exemplo de problema direto, consideremos o problema de definição das funções $\tilde{U}(z, \nu, p)$, $\tilde{W}(z, \nu, p)$ que satisfazem no

domínio $z > 0$ as Eqs. (3) e as seguintes condições de contorno:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \nu \mu \tilde{W} \right) \Big|_{z=0} = 0 \\ & \left((\lambda + 2\mu) \frac{d\tilde{W}}{dz} + \nu \lambda \tilde{U} \right) \Big|_{z=0} = 0 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Em pontos de descontinuidade dos coeficientes do problema são válidas as seguintes condições de equilíbrio:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \nu \mu \tilde{W} \right]_{z_k} = 0, \quad [\tilde{U}]_{z_k} = 0 \\ & \left[(\lambda + 2\mu) \frac{d\tilde{W}}{dz} + \nu \lambda \tilde{U} \right]_{z_k} = 0, \quad [\tilde{W}]_{z_k} = 0 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Aqui $[f]_{z_k} = f(z_k + 0) - f(z_k - 0)$ e significa o salto da função f no ponto z . Além disso, também é necessário adicionar as condições de atenuação no infinito:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{U} = \lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{W} = 0. \quad (6)$$

Estas condições são típicas na formulação de problemas matemáticas em exploração sísmica, e serão utilizados para construção dos espectros bidimensionais.

Problema inverso

Determinar as velocidades $V_p = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$, $V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$, a densidade ρ , e as espessuras de cada camada, usando uma informação adicional sobre a solução do problema direto, definido pelas Eqs. (3)-(6):

$$\tilde{U}(0, \nu, p) = \tilde{U}^R(\nu, p), \quad \tilde{W}(0, \nu, p) = \tilde{W}^R(\nu, p), \quad (7)$$

onde $\tilde{U}^R(\nu, p)$, $\tilde{W}^R(\nu, p)$, $\nu \in \Omega_\nu$, $\omega \in \Omega_\omega$ são funções conhecidas com

$$\Omega_\nu = \{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{N_\nu}\}, \quad e \quad \Omega_\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{N_\omega}\}$$

sendo N_ν e N_ω números finitos.

Numericamente o problema inverso, definido pelas Eqs. (3)-(7), pode ser resolvido minimizando o funcional objetivo:

$$J(\Theta) = \sum_{\nu \in \Omega_\nu} \sum_{\omega \in \Omega_\omega} h_\nu h_\omega \times (|\tilde{W}^R(\nu, p) - \tilde{W}(0, \nu, p, \Theta)|^2 + |\tilde{U}^R(\nu, p) - \tilde{U}(0, \nu, p, \Theta)|^2), \quad (8)$$

que representa uma função dos parâmetros objetivos Θ , onde Θ é um vetor com os componentes definidos através das características elásticas V_p , V_s , ρ das camadas e suas espessuras. Na construção deste funcional é preciso transformar os sismogramas em espectros bidimensionais $\tilde{W}^R(\nu, p)$, $\tilde{U}^R(\nu, p)$, também precisamos calcular os valores teóricos destes espectros, utilizando para isto os valores na superfície livre ($z = 0$)

da solução do problema direto (3)-(6) – as funções $\tilde{W}(0, \nu, p, \Theta)$, $\tilde{U}(0, \nu, p, \Theta)$. As constantes h_ν , h_ω são os multiplicadores de normalização, que dependem da quantidade das frequências espacial e temporal utilizadas, e de seus intervalos de amostragem:

$$h_{\nu k} = \begin{cases} \frac{\nu_k - \nu_{k-1}}{\nu_{N_\nu} - \nu_1}, & N_\nu > 1 \\ 1, & N_\nu = 1 \end{cases}$$

$$h_{\omega n} = \begin{cases} \frac{\omega_n - \omega_{n-1}}{\omega_{N_\omega} - \omega_1}, & N_\omega > 1 \\ 1, & N_\omega = 1 \end{cases}$$

Na Eq. (8), os índices k , n foram omitidos para simplificação.

UM EXEMPLO SIMPLES

Consideremos as particularidades da conformidade da solução teórica do problema direto, obtida usando as transformadas de Laplace e Fourier-Bessel, com espectros calculados usando os análogos discretos destas transformadas (para maiores detalhes veja Mitrofanov et al., 2009b). Para estas investigações consideremos o modelo mais simples, com os parâmetros representados na Tabela 1. O modelo tem somente uma camada delgada, por esta razão a estrutura dos espectros correspondentes não é muito complicada, e permite encontrar rapidamente uma maneira de compatibilizar os espectros (calculados com base nas soluções teóricas). Com o objetivo de aproximar mais este modelo aos objetos delgados, reduzimos a espessura da camada para 16 m. Para este modelo utilizamos os algoritmos desenvolvidos em Karchevsky (2005) para calcular os sismogramas sintéticos, correspondentes às componentes vertical e horizontal, veja Figura 1. Ao mesmo tempo dos sismogramas foram retirados os componentes ligados à superfície livre.

Através da análise detalhada da onda longitudinal refletida (PP), podemos observar, com precisão, a separação das reflexões superior e inferior da camada com 50 m de espessura. Também observamos um aumento do tempo de percurso da onda cisalhante refletida (PS), que está completamente de acordo com sua natureza. Para o caso da camada com 16 m, não podemos identificar as reflexões superior e inferior para os dois tipos de onda. Somente podemos identificar uma variação insignificante do sinal refletido. Este resultado mostra que é importante identificar até quando a transição para as características espectrais nos permite identificar as diferenças entre os modelos.

No cálculo dos sismogramas sintéticos utilizamos a seguinte configuração: intervalo de amostragem temporal de 0,002 s; 2000 amostras temporais, constituindo um campo da onda de 4 s; intervalo de amostragem espacial com respeito à variável

x de 12,5 m; afastamento interno entre a fonte e o primeiro receptor de 100 m; 96 receptores; afastamento máximo entre a fonte e o último receptor de 1287,5 m. Os parâmetros indicados no cálculo dos sismogramas garantiram uma precisão suficiente para construção dos espectros bidimensionais, obtidos com base nas transformadas discretas de Laplace e de Fourier-Bessel. Para definição mais precisa dos parâmetros para os experimentos posteriores foi indicado um domínio espectral: um intervalo das frequências temporais de 0,01 Hz até 100 Hz (1000 pontos) e um intervalo das frequências espaciais de 0 m⁻¹ até 0,5 m⁻¹ (500 pontos). Os sismogramas construídos dessa maneira foram utilizados na transformação dos sismogramas iniciais para espectros bidimensionais. Em todos os experimentos os parâmetros do sismograma (número de traços e o comprimento deles) não variaram. Variamos apenas os valores do parâmetro α nos limites de 0,01 até 10.

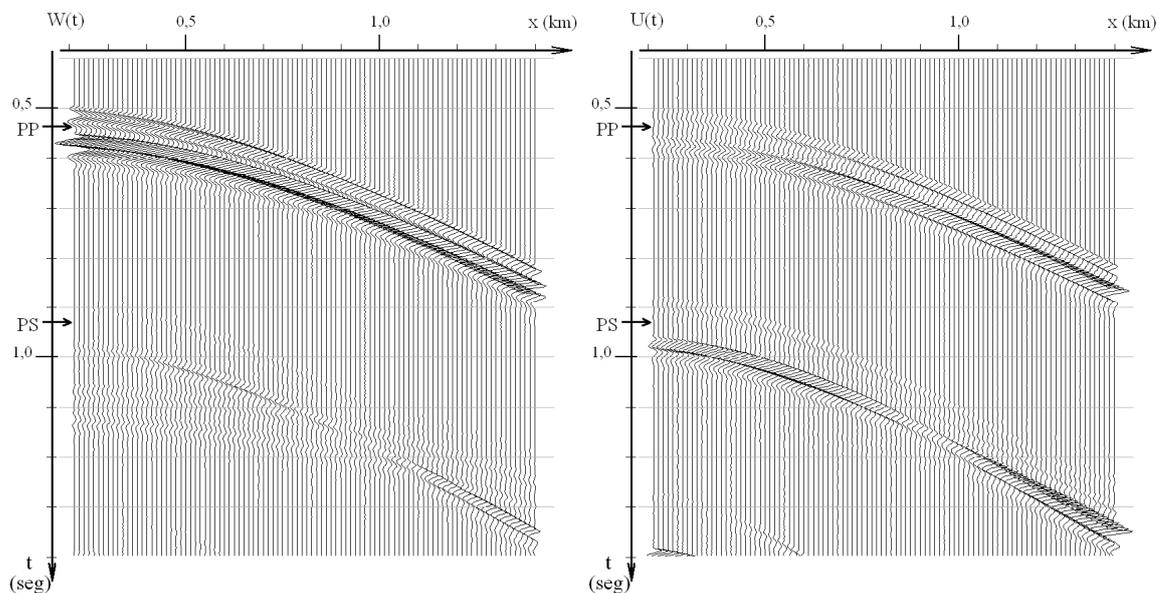
A Figura 2 mostra os valores da parte real do espectro bidimensional da componente vertical W , que foi obtido para três valores de α . Para o componente horizontal U a estrutura do espectro é análoga. Na figura, o eixo horizontal corresponde à frequência temporal f , e o eixo vertical – à frequência espacial ν . Tal apresentação dos espectros possibilitou uma visualização mais clara das características do espectro, o que viabiliza uma melhor comparação entre os espectros calculados e teóricos. Além disso, essa apresentação é mais familiar para geofísicos, que trabalham com imagens espectrais de sismogramas.

Os resultados apresentados mostram, com clareza, que a estrutura dos espectros calculados depende significativamente do valor do parâmetro α . Esta conclusão confirma os resultados que foram obtidos na análise das propriedades das transformadas discretas de Laplace e de Fourier-Bessel, para a função dada na forma analítica, veja Mitrofanov et al. (2009b). Com o crescimento do valor α a estrutura dos espectros simplifica-se. Para certo domínio de valores do parâmetro, os espectros calculados assemelham-se a uma função periódica, com respeito à frequência temporal f , ver Figura 2(b). Ao mesmo tempo, acontece uma suavização significativa destes espectros. Por isso, para grandes valores de α , a estrutura dos espectros ganha uma forma mais complexa, com transmissão da energia de frequências básicas do sinal (no nosso caso de 20 Hz até 40 Hz) no domínio das frequências mais baixas, ver Figura 2(c). Também foram observados efeitos semelhantes na função analítica.

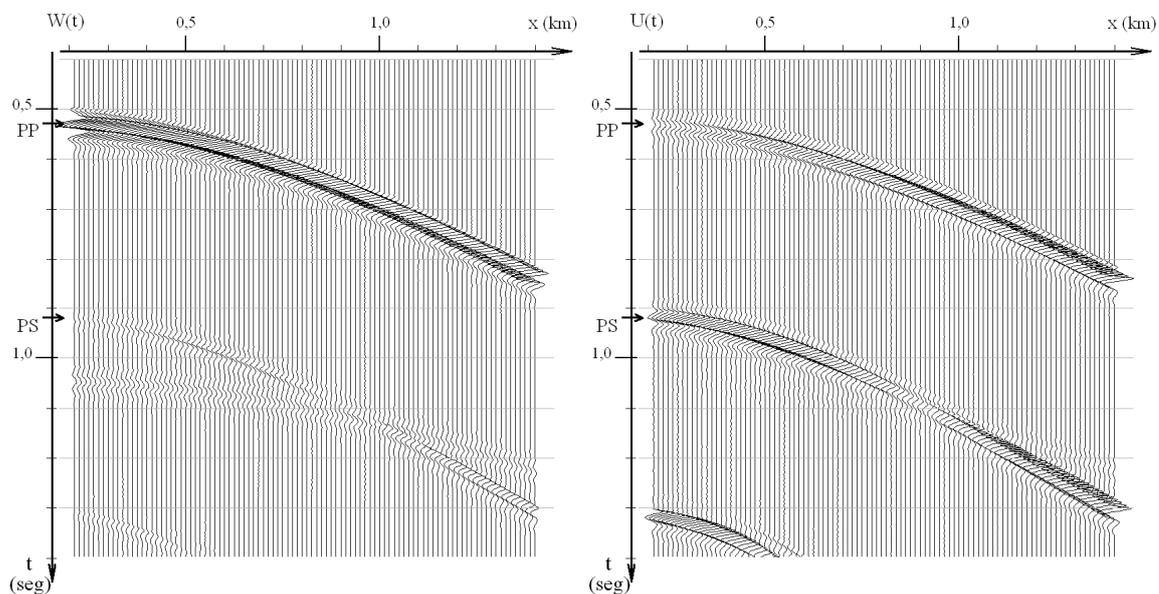
Uma análise geral da estrutura dos espectros calculados indica, para a maioria dos valores de α , que na análise detalhada dos espectros podem ser usados alguns componentes, correspondentes aos valores fixos do parâmetro ν .

Tabela 1 – Dados do Modelo 0.

Número de camada	Espessura de camada (m)	Velocidade V_p (m/s)	Velocidade V_s (m/s)	Densidade ρ (g/m ³)
1	500	2000	800	2,2
2	50	1800	850	2,1
3	∞	2500	1100	2,3



(a)



(b)

Figura 1 – Sismogramas calculados para o Modelo 0 com segunda camada com espessura (a) 50 m e (b) 16 m. Nas figuras são marcadas as ondas longitudinal (PP) e convertida (PS).

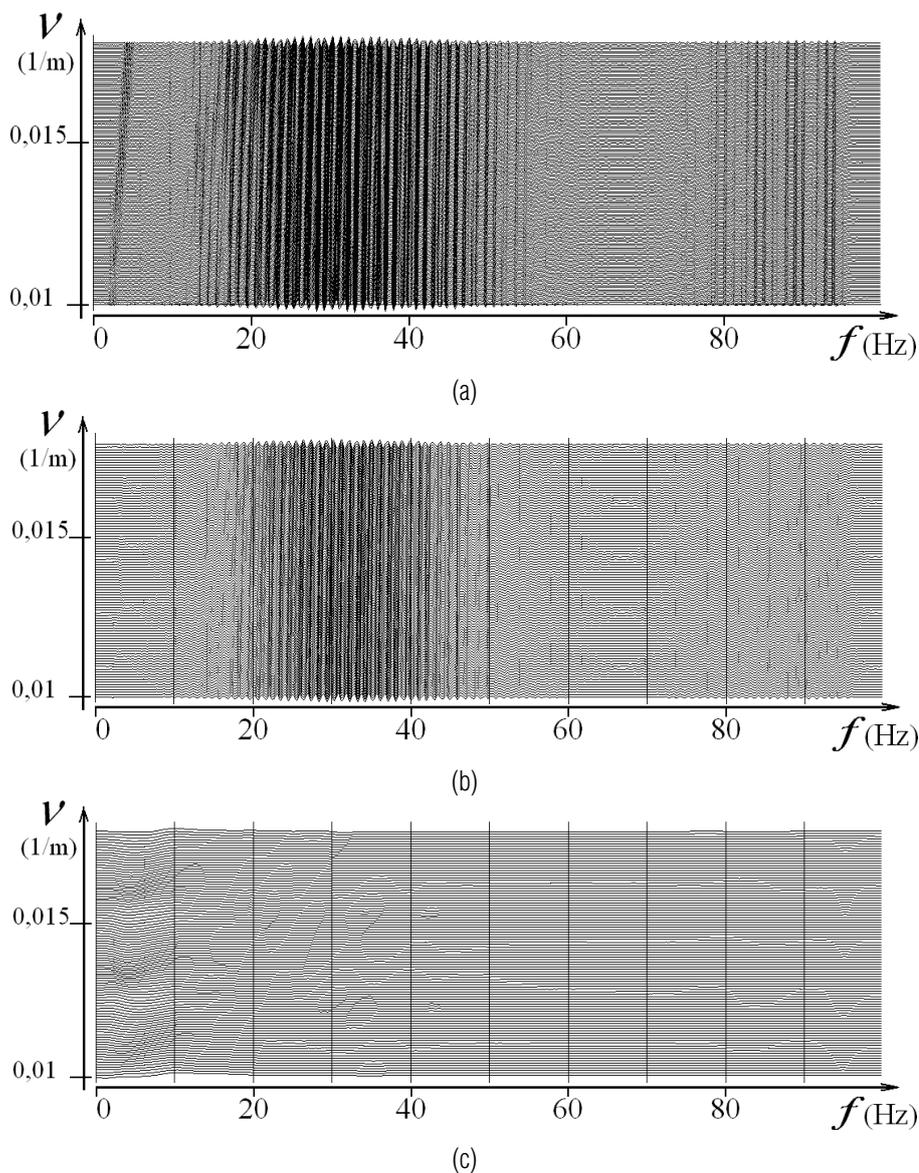


Figura 2 – Espectros dos sismogramas calculados para diferentes valores de α : (a) 0,01, (b) 1 e (c) 10.

Embora para pequenos e grandes valores de α observa-se variações na estrutura do espectro em função de ν ; mas, a estrutura qualitativa do espectro, com as características mais específicas é conservada. Por isso, para uma análise detalhada utilizamos os valores dos espectros para um número pequeno ou até fixo da frequência espacial ν . Isso permitirá analisar as pequenas singularidades dos espectros construídos. No caso do espectro total espera-se chegar às mesmas conclusões que foram feitas para as frequências espaciais particulares.

Agora vamos comparar a solução teórica do problema direto no domínio espectral, com os espectros calculados (veja

Fig. 3). A parte esquerda da figura mostra os valores da componente real dos espectros bidimensionais da componente vertical, construídos com base na solução analítica do problema direto. Na parte direita da figura estão representados os valores dos espectros correspondentes, que foram calculados com base no procedimento desenvolvido para transformadas discretas de Laplace e de Fourier-Bessel. Justamente essa combinação dos espectros representa o maior interesse para buscar possibilidades de compatibilizar a solução teórica do problema direto com dados reais, obtidos utilizando os sismogramas observados. Analisando a Figura 3 podemos concluir o quanto o parâmetro α é importante.

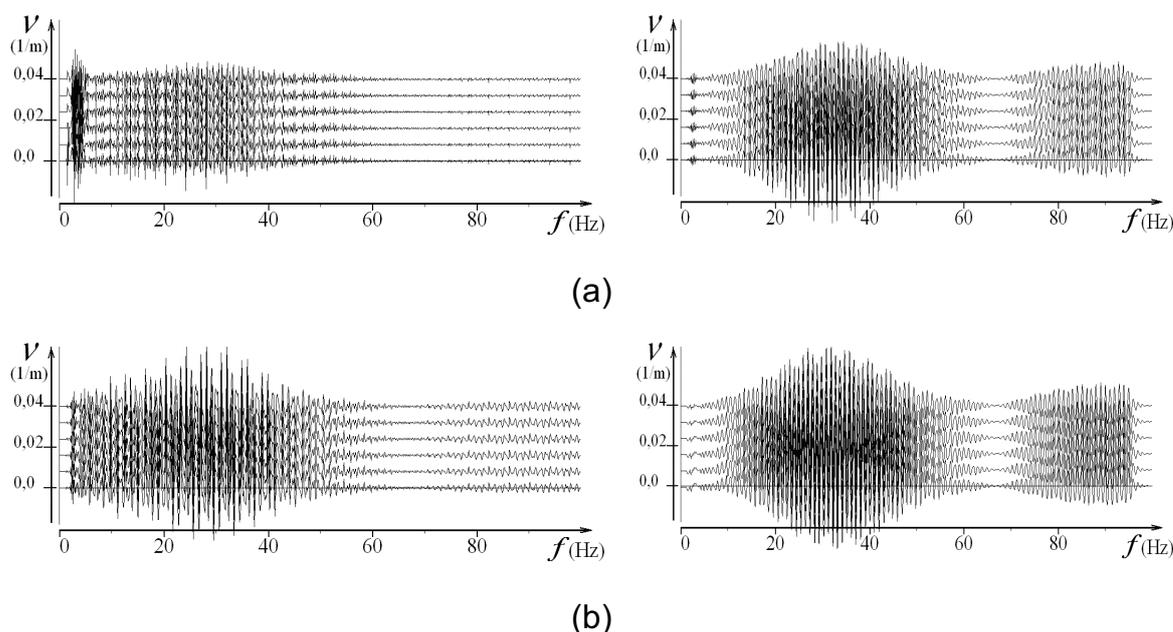


Figura 3 – Comparação dos espectros teórico (coluna esquerda) e calculado (coluna direita) para diferentes valores de α : (a) 0,01 e (b) 1.

Comparando os espectros, quando $\alpha = 0,01$ (ver Fig. 3(a)), percebemos uma diferença significativa em quase todo o domínio das frequências temporais. Em particular, para as frequências baixas (até 10 Hz) nota-se um crescimento inexpressivo das amplitudes. Para as frequências médias (de 10 Hz até 60 Hz), observa-se uma diferença significativa entre os espectros teóricos e calculados; e, finalmente, para as frequências altas (>70 Hz), observamos o comportamento de amplitudes diferente.

Quando $\alpha = 1$ a diferença entre os espectros analisados é reduzida, ver Figura 3(b). Isto é típico para as frequências médias, o que é importante na utilização prática do procedimento desenvolvido para solução do problema inverso. A maior evidência entre as diferenças e aproximações dos espectros teóricos e calculados, considerando diversos valores de α , pode ser observada nos espectros correspondentes aos pequenos valores da frequência espacial (veja a Fig. 4). Como nas figuras anteriores, é evidente a aproximação dos espectros obtidos com base na solução do problema direto e calculados, considerando uma variação crescente de α . Portanto, o parâmetro α permite aproximar as estruturas dos dois tipos de espectro. Uma explicação para esse efeito pode ser a seguinte: como α é um parâmetro regularizador da solução do problema direto, ao incrementarmos o seu valor, a solução obtida aproxima-se do dado truncado. Um ponto negativo é que valores elevados de α provocam uma forte mudança nos espectros e alteração da parte útil da informação do sinal. Por isso, a

questão da escolha de um valor ótimo deste parâmetro é muito importante, especialmente para sismogramas reais. Os exemplos correspondentes serão apresentados posteriormente.

Uma análise das Figuras 3 e 4 permite identificar mais uma característica importante na escolha de α : a melhor correspondência entre ambos os espectros, pode ser alcançada quando a diferença entre os valores de α , para um e outro caso, é pequena. Nossos exemplos mostram a ocorrência da situação mais favorável quando o valor de α , utilizado na solução do problema direto, supera um pouco o valor de α , utilizado no cálculo dos espectros. É óbvio que esse princípio heurístico deve ser confirmado no processamento de sismogramas reais. Assim, essas investigações devem ser feitas de forma mais ampla, devemos elaborar uma estratégia de gerenciamento e otimização deste parâmetro, a fim de evitar a inclusão de danos à solução do problema inverso.

Em conexão com o efeito de suavização, que aparece na utilização do parâmetro α , é razoável fazer um estudo da estrutura dos espectros dos traços isolados, obtidos com os diversos valores do parâmetro. Tais investigações foram feitas para o modelo com uma camada delgada. Alguns resultados são representados na Figura 5. Observa-se que a utilização de valor elevado $\alpha = 5$, provoca uma drástica perda da informação, sobre outros tipos de ondas, na componente vertical. De fato, nesse caso, obtemos o espectro de um único sinal refletido.

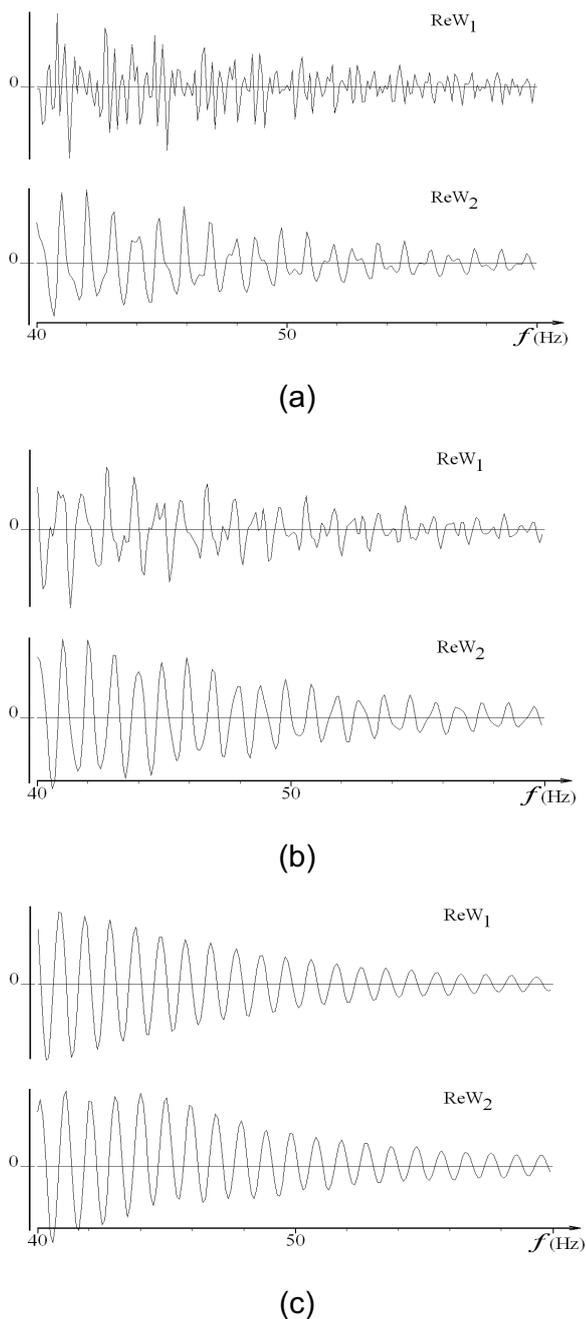


Figura 4 – Fragmentos de espectros para a frequência espacial $\nu = 0,01$, construídos para diferentes valores de α : (a) 0,01, (b) 1 e (c) 5. Aqui $\text{Re}W_1$ é a parte real do espectro da solução exata e $\text{Re}W_2$ é a parte real do espectro da solução construída com base no algoritmo desenvolvido.

Para a componente horizontal a situação é mais favorável. Mas, para essa componente, a estrutura dos componentes espectrais é muito pobre, o espectro dos traços correspondentes aproxima-se do espectro da onda PP . É óbvio que essas propriedades das características espectrais manifestam-se na construção de imagens temporais dos traços. Para este modelo, isto pode

ser identificado com bastante clareza nos sismogramas completos, construídos com $\alpha = 5$. Os fragmentos correspondentes dos sismogramas são representados na Figura 6. A comparação da Figura 6 com a Figura 1(b) fornece a compreensão sobre tais distorções na forma do sinal, o que justificará a utilização deste valor no cálculo dos sismogramas.

Com esta comparação concluímos que a utilização de valores grandes de α provocam uma distorção significativa na dinâmica das ondas refletidas, e, ainda, na onda PP observada em tempos relativamente pequenos. Além disso, destrói-se quase que completamente a informação sobre a onda PS , que é indispensável na solução dos problemas inversos dinâmicos completos e linearizados. Assim, considera-se razoável sugerir a utilização de valores relativamente pequenos do parâmetro $\alpha \leq 0,1$, para a construção de imagens estáveis dos sismogramas, veja Mitrofanov et al. (2009a). Lembrando que a escolha de valores grandes, como, por exemplo, $\alpha = 5$, provoca distorções significativas na estrutura do campo da onda calculada, e uma significativa perda da informação em sismogramas.

UTILIZAÇÃO DE FILTROS DE SUAVIZAÇÃO PARA COMPATIBILIDADE DOS ESPECTROS TEÓRICOS E CALCULADOS

Todos os resultados considerados anteriormente mostram que a utilização do parâmetro de Laplace α permite obter uma correspondência qualitativa dos espectros bidimensionais, tanto para sismogramas calculados, quanto para a solução teórica do problema direto. Mas tal correspondência, mesmo no nível qualitativo, somente é alcançada com a utilização de valores grandes, como, por exemplo, $\alpha = 5$ ou maior. Ao mesmo tempo, para tais valores, surge uma significativa suavização dos espectros e traços observados (ver Figs. 5 e 6). Além de ocorrer uma perda considerável da informação ligada à estrutura do objeto alvo e dos parâmetros encontrados no espectro inicial dos sismogramas. Adicionalmente, os resultados da investigação da estrutura do funcional, veja Mitrofanov et al. (2009b), mostram, que grandes valores de α não permitem separar os meios com camadas de grande espessura e os meios delgados. Isto nos leva a consideração de que só é razoável usar grandes valores de α nas etapas iniciais do processo de otimização. Estes resultados induziram a busca por outros métodos para conseguir uma boa compatibilidade entre os espectros teóricos e calculados. Foram desenvolvidos e testados diferentes métodos de subtração e suavização dos espectros. Estes métodos foram baseados em compreensões heurísticas adquiridas a partir de nossa experiência de trabalho com as características espectrais de dados

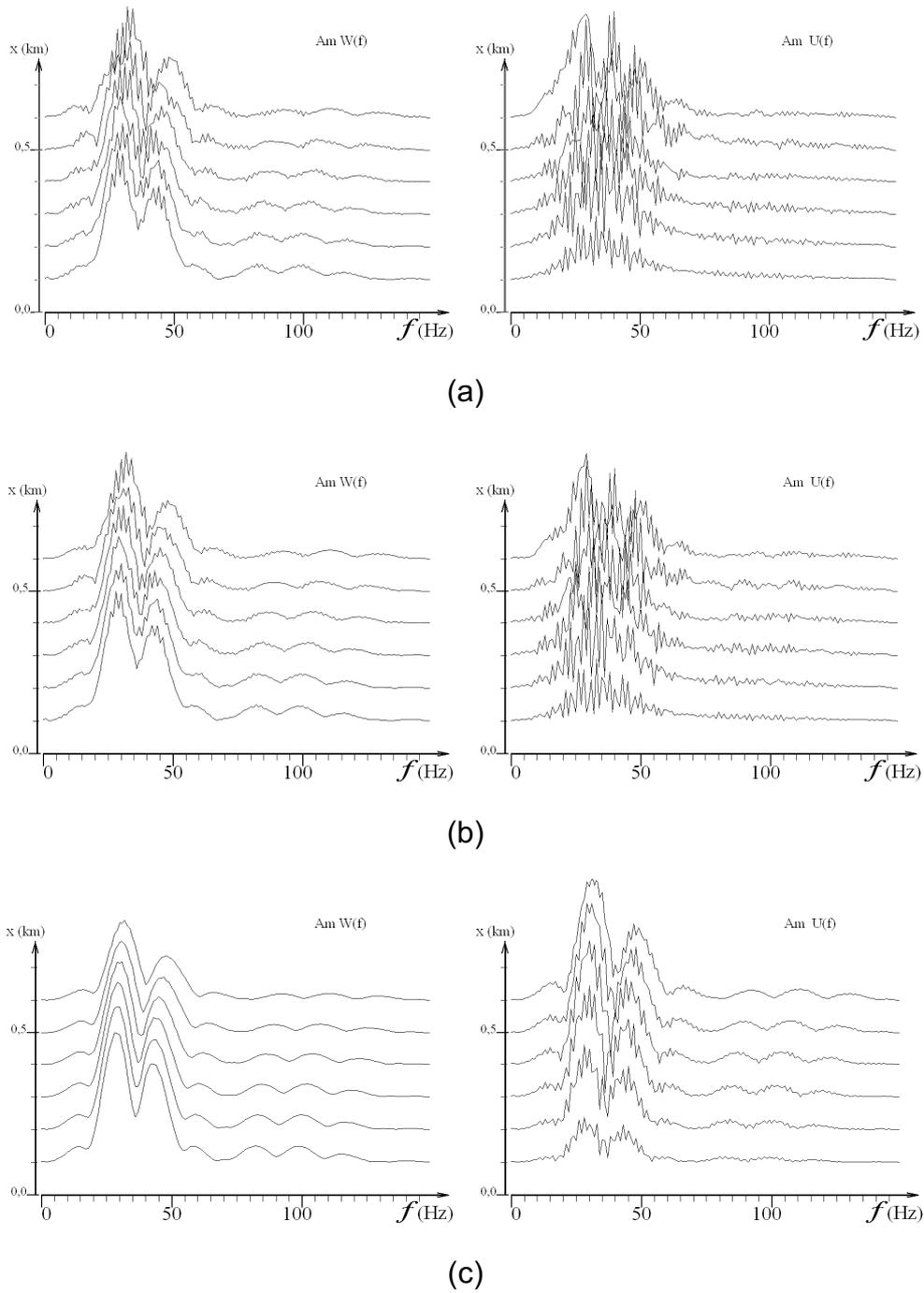


Figura 5 – Espectros de alguns traços, correspondentes ao modelo de uma camada delgada, que foram construídos com diferentes valores de α : (a) 0,1, (b) 1 e (c) 5.

reais, e com a análise da estrutura dos espectros bidimensionais teóricos. Durante o desenvolvimento dos métodos de subtração, investimos muito esforço para tirar as singularidades das descontinuidades no espectro teórico, com base numa hipótese sobre a ligação destas singularidades com ondas que podem ser observadas fora da abertura do operador utilizado. Mas, mesmo a

exclusão de valores do espectro, correspondentes às áreas que contem a maior parte das singularidades, não garantiram uma boa compatibilidade entre os espectros teórico e calculado. Tal divergência entre as características espectrais, em nossa opinião, pode estar, em primeiro lugar, conectada com a diferença na estrutura desses dois tipos de espectros (quando a solução teórica

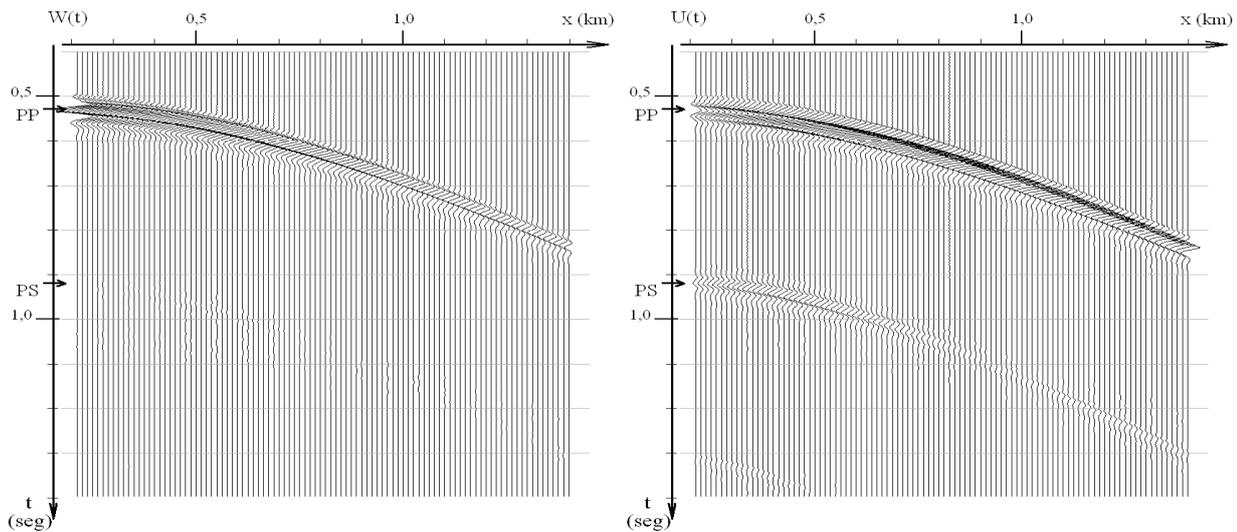


Figura 6 – Partes de sismogramas calculados para o modelo de uma camada delgada de espessura 16 m com $\alpha = 5$.

é construída no domínio infinito com respeito às variáveis espaciais e de tempo). Por essa razão a consideração de limitação da abertura na solução teórica pode ser um caminho mais efetivo na solução do problema.

A ausência de uma solução teórica e aceitação do fato de que a influência da abertura na compatibilização dos espectros bidimensionais (calculados tendo como base os sismogramas reais e os espectros teóricos) é extremamente importante no uso dos algoritmos de otimização, e nos levou a adoção de uma solução heurística para o problema. Tal solução baseia-se na utilização de filtros de suavização, definidos com base no sismograma observado e usado no cálculo do espectro bidimensional requerido. Nesta abordagem, iremos considerar mais detalhadamente o procedimento de suavização dos espectros bidimensionais teóricos, e os resultados obtidos depois da aplicação deste procedimento.

Existe um fato bem conhecido na análise espectral clássica: “para obter estimativas estáveis de espectros 1D ou multidimensional, definidos com base na transformada de Fourier, é necessário fazer uso de filtros de suavização especiais”, veja, por exemplo, (Jenkins & Watts, 1965; Koopmans, 1974). Estes filtros consideram a limitação de domínios na definição de sinais, removem os efeitos laterais (em particular, o efeito de Gibbs) e garantem a consistência das estimativas obtidas. Exatamente por isso, fez-se uma tentativa para aplicar estes filtros para suavizar a solução teórica e garantir uma melhor compatibilidade (colocação) dos dois tipos de espectros analisados. Este caminho pareceu o mais sugestivo. Para sua realização, foram feitas algumas suposições, que, até o presente momento, não tem um embasamento teórico. Consideremos estas suposições em detalhes.

1) No caso da transformada de Fourier convencional, a maior parte dos efeitos ligados à influência dos filtros de suavização sobre o espectro do sinal é descrito com base no Teorema da Convolução – o produto de dois espectros provenientes de duas funções corresponde a sua convolução no domínio temporal, e, ao contrário, o produto de duas funções no domínio temporal corresponde à convolução de seus espectros no domínio espectral. Portanto é válida a seguinte igualdade:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} w(x) \cdot s(x) \cdot e^{-i\omega x} dx \\ = \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega - \eta) \cdot S(\eta) d\eta \end{aligned} \quad (9)$$

ou na forma operacional:

$$w(x) \cdot s(x) \xrightarrow{F} W(\omega) * S(\omega)$$

onde $w(x)$ e $s(x)$ são funções para quais são definidos os espectros $W(\omega)$ e $S(\omega)$; o símbolo $*$ significa a operação de convolução e F a transformada de Fourier. A igualdade (9) chama-se Teorema da Convolução Inversa. Os teoremas direto e inverso são bastante simples, e podem ser estendidos para o caso da transformada de Fourier multidimensional. Neste caso, temos uma operação de convolução multidimensional, que deve ser aplicada para todas as variáveis. Posteriormente esta operação será aplicada sobre duas variáveis: a frequência circular ω e a frequência espacial ν . Para os análogos discretos da transformada de Fourier os teoremas são validados através da substituição da forma integral na forma discreta, veja Geckinli & Yavuz (1983).

A limitação da abertura, com respeito às variáveis temporal e espacial, em dados sísmicos reais durante a execução da transformada de Fourier pode ser resolvida através da utilização de um filtro, definido pela função característica da área de observação dos dados sísmicos

$$w(r, t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_k, 0 \leq r \leq R_k \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

Aqui T_k , R_k definem o tamanho da área, com respeito ao tempo e ao espaço correspondente. Então o produto $w(r, t) \cdot s(r, t)$, onde $s(r, t)$ representa o valor da solução completa do problema direto na superfície de observações $z = 0$, é a parte da solução que corresponde aos dados realmente observados. A partir do Teorema da Convolução Inversa é possível obter a variação do espectro da solução completa, provocada pelo truncamento causado pela limitação da abertura. Mas, na construção da solução completa do problema direto no domínio espectral, veja Mitrofanov et al. (2009a), foram utilizadas as transformadas de Laplace e de Fourier-Bessel, e, como mencionado acima, uma investigação parcial das propriedades destas transformadas para os casos contínuos e discretos, não permitiu apoiar-se na base teórica correspondente. Particularmente para estas transformadas, não conseguimos encontrar um análogo discreto do teorema sobre a convolução adaptado para dados sísmicos. Existe somente um análogo do Teorema da Convolução Direta para a transformada de Laplace contínua. Adicionalmente, faltaram análogos discretos desses teoremas para as transformadas de Laplace e de Fourier-Bessel. Por isso, adotou a primeira hipótese:

**A influência da abertura na solução teórica do problema direto pode ser levada em conta através da convolução desta solução, no domínio espectral, com o espectro bidimensional de um filtro correspondente, definido pelas características da abertura dos sismogramas observados.*

Uma igualdade análoga a (9), isto é, quase exata, será validada para os espectros correspondentes. Essa suposição requer a solução da questão da escolha da forma do filtro de suavização.

2) A partir de numerosas investigações, feitas com base na análise espectral clássica para estudo da influência de filtros no espectro do sinal, constatou-se que o filtro (10) é mais adequado para obtenção de estimativas ótimas das características espectrais ou de filtro no domínio de tempo. No caso da transformada de Fourier, um filtro de suavização que fornece bons resultados é

representado pela seguinte função

$$w_{\tau, \eta}(r, t) = \begin{cases} f(r, t, \eta, \tau), & \tau < |t| \leq T_k, \eta < r \leq R_k \\ 1, & |t| \leq \tau, r \leq \eta \\ 0, & \text{em outros casos} \end{cases} \quad (11)$$

onde

$$f(\cdot) = \exp\{-4(t - \tau)^2 / (0,5T_k - \tau)^2 - 4(r - \eta)^2 / (0,5R_k - \eta)^2\},$$

T_k , R_k são os análogos dos parâmetros da função (10), τ , η definem o domínio de redução exponencial da função nas fronteiras com respeito às variáveis temporal e espacial correspondente. Um análogo discreto deste filtro pode ser construído sem dificuldades. Obviamente, podemos construir vários tipos de filtros, mas nossa experiência com diferentes dados sísmicos e a utilização de outros tipos de filtros, mostra que a função $w_{\tau, \eta}$ tem boas propriedades para extração de intervalos sísmicos alvos; os filtros baseados nessa função permitem, sem forte distorção do espectro da parte útil do sinal, melhorar a estimativa do espectro. As constantes τ , η são definidas nos intervalos $0 < \tau \leq 0,1T_k$, $0 < \eta \leq 0,25R_k$ durante a utilização destes filtros. Não tivemos possibilidade de analisar com detalhes a influência dos vários tipos de filtros nas transformadas de Laplace e de Fourier-Bessel discretas. Além disso, a ausência de referências bibliográficas sobre o assunto impossibilitou estimar a abrangência da influência destes filtros na solução teórica do problema direto no domínio espectral. Por isso, a nossa segunda suposição foi:

*** Os filtros de suavização (11) podem ser considerados como um dos principais elementos de análise da influência da abertura de observações na solução teórica do problema.*

As suposições formuladas serviram como base para o desenvolvimento do procedimento de suavização dos espectros obtidos com base na solução completa do problema direto. Este procedimento tem dois pontos importantes. O primeiro é o cálculo do espectro do filtro de suavização utilizando os parâmetros do sismograma (intervalo de tempo e coordenadas de receptores), construídos com base nas transformadas de Laplace e de Fourier-Bessel discretas, considerando os componentes vertical e horizontal. A segunda etapa é a convolução da característica espectral do filtro com a solução teórica do problema direto.

Agora analisaremos os resultados da aplicação deste procedimento em dados sintéticos. A fim de obter uma solução teórica simplificada para o problema, consideramos um modelo de uma camada delgada. Os resultados correspondentes são apresentados nas Figuras 7 e 8. A Figura 7 mostra as características espectrais dos filtros de suavização, obtidos para dois tipos de sismogramas construídos para este modelo.

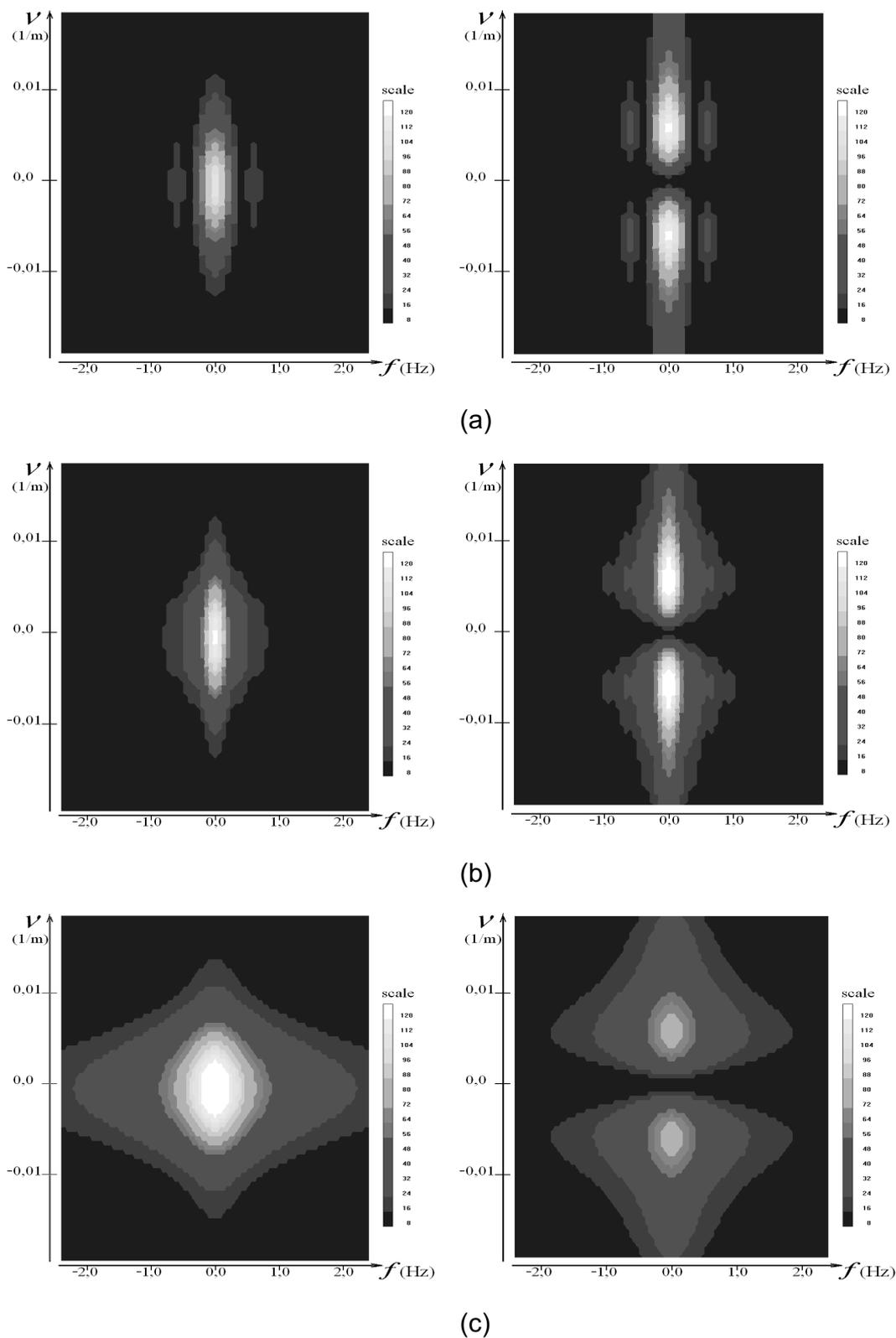


Figura 7 – Estrutura do espectro do filtro de suavização para os componentes vertical (esquerda) e horizontal (direita) com abertura 0-2,4 seg e 0-575 m. Espectros foram calculados para os seguintes valores de α : (a) 0,01, (b) 1 e (c) 5.

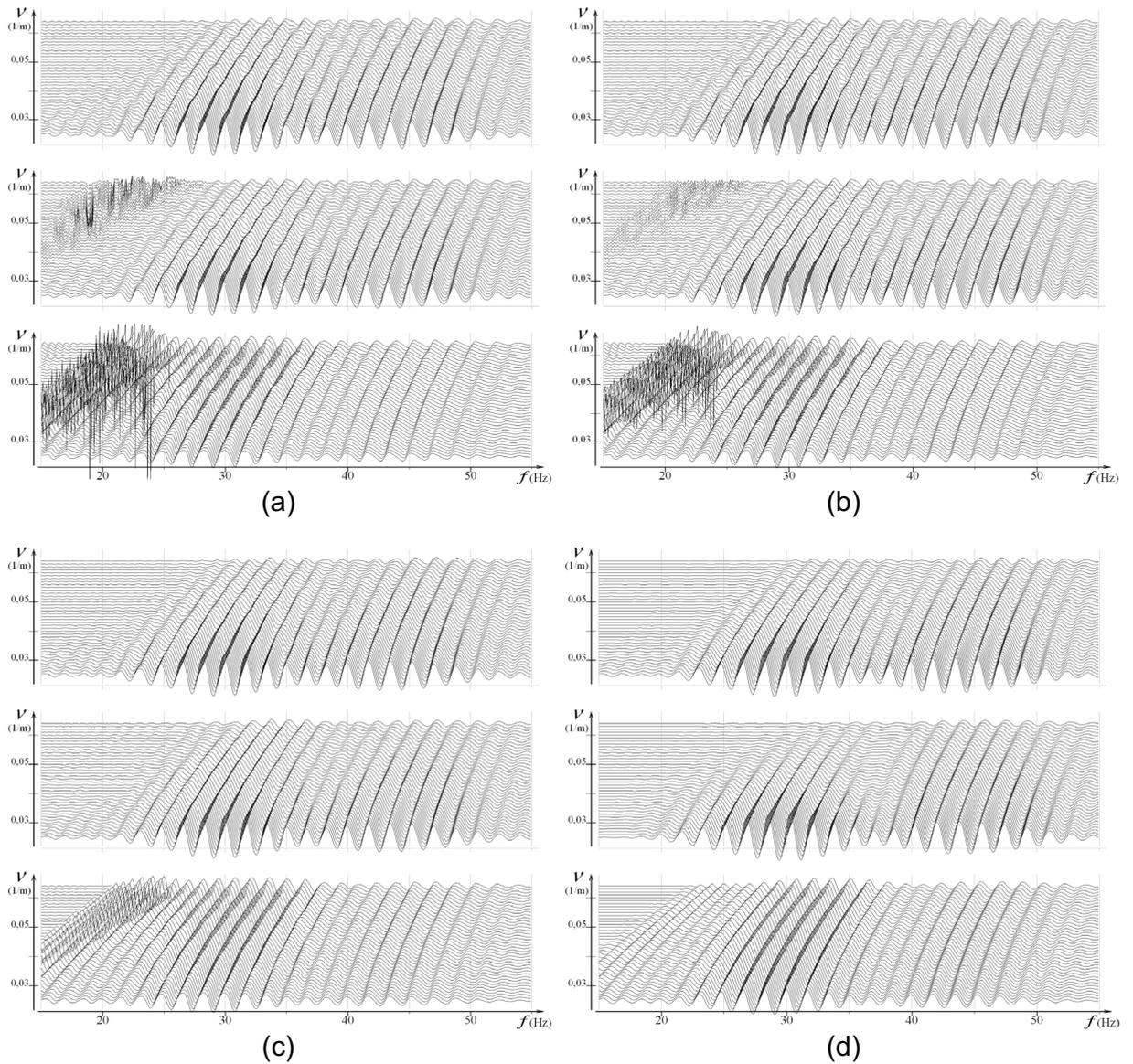


Figura 8 – Comparação da estrutura dos espectros bidimensionais para um domínio fixo de freqüências com os seguintes valores do parâmetro α : (a) 0,01, (b) 0,1, (c) 1 e (d) 5. Os espectros foram calculados com base em: sismograma sintético (parte superior das figuras), solução teórica construída com utilização do filtro de suavização (parte intermediária), e solução teórica construída sem utilização de tal filtro (parte inferior).

A comparação das Figuras 7(a)-7(c) mostra que a estrutura do espectro é fortemente influenciada pelo tipo do componente para o qual este espectro foi calculado. Isso é definido pela ordem da função de Bessel, utilizada para a definição dos componentes dos correspondentes espectros, veja Mitrofanov et al. (2009a). Por exemplo, para a componente vertical o máximo do espectro corresponde exatamente às freqüências nulas, e, para a componente horizontal temos um deslocamento de máximos em relação ao zero da freqüência espacial. O segundo fator importante é que o parâmetro de Laplace α tem uma forte influência sobre a es-

trutura do espectro. Para valores pequenos de α , os espectros tem um caráter localizado num domínio de valores pequenos das freqüências temporais, menores que 1 Hz. Para $\alpha = 5$ os espectros considerados ampliam-se com respeito à freqüência temporal até 5 Hz ou mais. A base de observação também tem uma influência no espectro do filtro de suavização, mas menos intenso. Com aumento da base de observação acontece uma compressão do espectro em função da freqüência espacial, aumentando a agudeza do espectro em áreas de máximo. Tais peculiaridades dos espectros de suavização, de fato, determinam a sua

influência no espectro teórico. Por exemplo, a expansão do espectro de suavização para uma frequência leva ao crescimento do efeito de suavização em função desta frequência. No entanto a utilização desse procedimento para os dados sintéticos mostrou um caráter ligeiramente mais significativo que simplesmente a suavização dos espectros teóricos.

Consideremos a Figura 8, onde são mostrados os resultados da aplicação deste procedimento (parte do meio de cada figura) e os resultados de cálculo dos espectros bidimensionais com base nos sismogramas sintéticos (parte superior de cada figura), e, também, os espectros calculados com base na solução teórica do problema direto (parte inferior de cada figura). Observamos que na construção destas figuras os intervalos para as frequências ω e ν foram escolhidos usando as recomendações definidas anteriormente, para garantir a máxima compatibilidade entre os espectros calculados e teóricos. Nas figuras podemos ver com precisão que além da redução das descontinuidades de singularidades na solução teórica do problema, o procedimento permite aproximar, significativamente, os dois tipos de espectros em regiões marcadas pela ausência destas descontinuidades, até mesmo, para os pequenos valores de α , ver Figura 8(a).

Ao mesmo tempo, a ausência de tal suavização, provoca uma diferença significativa na estrutura e na forma desses tipos de espectros para os domínios semelhantes. Com o aumento de α observa-se uma aproximação das características espectrais obtidas por diferentes métodos. Mas, até para grandes valores de α , a utilização de filtros de suavização proporciona melhor compatibilidade entre os espectros calculado e teórico, ver Figura 8(d).

É necessário destacar mais uma importante característica observada nos espectros suavizados, e que está relacionada com a subtração incompleta das descontinuidades de singularidades no espectro teórico, para valores de α relativamente pequenos, ver Figuras 8(b) e 8(c). Isso indica que a primeira suposição não foi confirmada completamente e, provavelmente, esta suposição é válida em maior grau para alguns domínios de frequências, onde as descontinuidades de singularidades estão ausentes. Por isso, durante a construção do funcional objetivo é necessário permanecer em domínios semelhantes.

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS FREQUÊNCIAS NA COMPATIBILIDADE E CONSTRUÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DE SEMELHANÇA DOS ESPECTROS

A análise de semelhança ou compatibilidade entre os dois tipos de espectros bidimensionais (calculados utilizando os sismogramas e a solução teórica) foi feita de forma qualitativa, com-

parando as imagens desses espectros. Ao mesmo tempo, durante a construção do funcional objetivo é necessário fazer tal comparação na forma quantitativa, calculando as diferenças necessárias. Neste momento, surgem várias questões importantes, que precisamos resolver para adaptar, na forma efetiva, os algoritmos construídos em Mitrofanov et al. (2009b) aos dados reais. Essas questões estão diretamente relacionadas com a construção, utilizando os métodos de otimização não-linear, de estimativas estáveis destes parâmetros e, com as possibilidades de classificação e escolha da estrutura (número de camadas, espessura efetiva, entre outras) do modelo.

Consideremos em detalhes as questões indicadas e os caminhos que podem garantir a sua solução. Inicialmente, consideraremos as questões associadas à melhoria da compatibilidade entre os espectros bidimensionais, utilizando para isto os resultados da análise da influência do parâmetro de Laplace α e de filtros. É importante entender o nível de combinação entre os dois tipos de espectros. No caso ideal, quando o modelo é completamente conhecido e na ausência de ruídos, também é importante estimar o nível desta compatibilidade em função das frequências. Durante esta investigação calculamos as diferenças entre os espectros considerados, i.e., calculamos os valores do funcional objetivo $J(\Theta)$, definido pela Eq. (8). Os multiplicadores h_ν , h_ω são escolhidos de tal modo, que o valor do funcional não dependa do número de frequências consideradas, i.e., da dimensionalidade dos conjuntos discretos Ω_ν , Ω_ω , e do comprimento dos intervalos das frequências correspondentes. Desta maneira, reduzimos os valores do funcional a um ponto discreto no domínio do espectro bidimensional, isso fornece a possibilidade de comparar os valores obtidos, considerando os diferentes intervalos de frequências. Neste caso, todas as divergências nos valores do funcional podem ser interpretadas como diferenças entre os espectros comparados.

A Figura 9 representa os espectros calculado (parte superior de cada figura) e teórico (parte intermediária de cada figura) para o modelo com uma camada delgada. Também são representadas as diferenças entre os espectros (parte inferior de cada figura). Reiteramos que o cálculo dos espectros teóricos foi feito para o modelo com os parâmetros exatos, por isso a divergência entre os espectros é o resultado da diferença entre dois tipos considerados de espectros. Na construção dos espectros a escolha dos intervalos de frequências foi baseada nas recomendações formuladas anteriormente para análise da influência do parâmetro α na compatibilidade dos espectros. Para isso, foram escolhidos valores da frequência espacial muito pequenos (de $0,025 \text{ m}^{-1}$ até $0,035 \text{ m}^{-1}$), os valores da frequência temporal corresponderam

ao domínio das frequências médias para observações sísmicas (de 15 Hz até 55 Hz). Isso permitiu obter a melhor aproximação para os espectros teórico e calculado com $\alpha = 0,1$. Porém, apesar da ótima escolha da banda de frequências, os espectros teóricos não suavizados apresentam uma diferença significativa dos espectros calculados por sismograma.

Essa diferença supera em várias vezes os espectros suavizados, ver Figura 9(a), que no nível quantitativo confirma os resultados obtidos anteriormente. Assim, para os resultados apresentados o valor do funcional normalizado $J(\Theta)$ para os espectros não suavizados era 0,0397, mas para os espectros teóricos suavizados esse valor foi de 0,0113. Deste modo, os valores não suavizados conduziram a deslocamentos adicionais nas diferenças entre os espectros, que superam em mais de 3,5 vezes os deslocamentos entre os espectros suavizados, obtidos utilizando o filtro de suavização ótimo. Com relação à diferença entre os espectros teóricos não suavizados, observa-se uma variação irregular da componente residual, e, para os espectros suavizados, tais variações são mais regulares nas bandas de frequências investigadas. Tal uniformidade de repartição da componente residual é um fator favorável para processamento de dados reais. Este pode ser relacionado às variações de espectros, provocadas pela presença de um componente estocástico nos dados. Em Mitrofanov et al. (2009b) foi mostrado que os parâmetros h_v , h_ω , Ω_v , Ω_ω , podem ter uma influência significativa na solução do problema inverso no domínio espectral, quando as operações realizam-se sob as limitações da solução teórica do problema direto. Por isso, é importante ter uma noção sobre a influência da banda variável de intervalos no funcional, i.e., os volumes dos conjuntos Ω_v , Ω_ω , no caso de dados reais, cortadas por abertura que limita o domínio de observação em função das variáveis espacial e temporal.

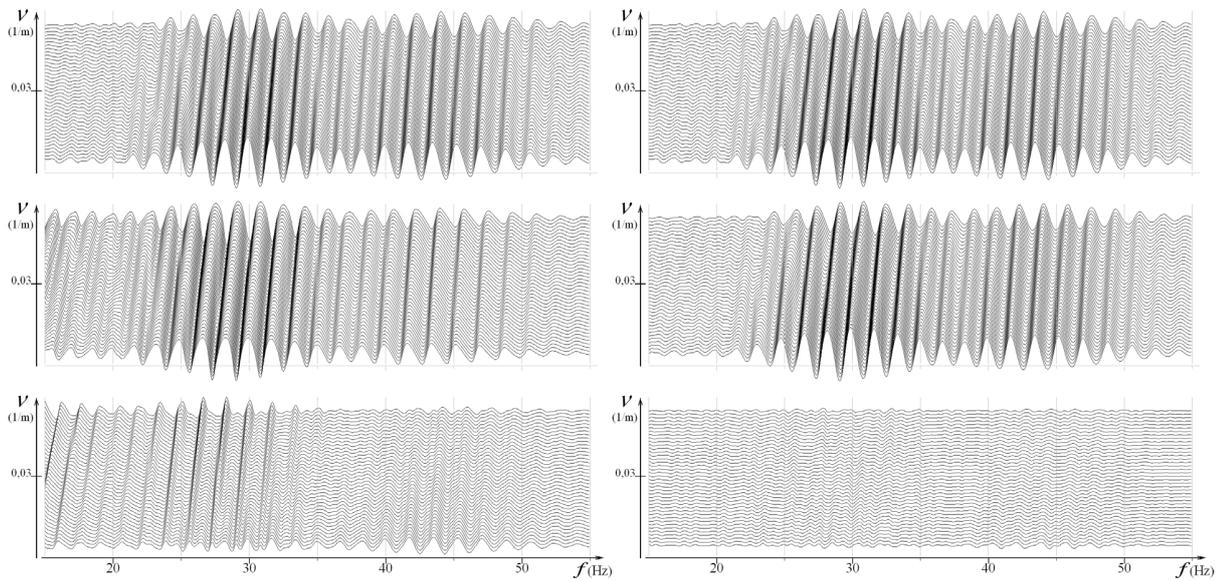
Com o objetivo de estudar essa influência foram feitos vários experimentos com dados sintéticos. Os resultados são representados na Figura 10. Nela mostramos como varia o funcional objetivo para o modelo exato, quando consideram-se os intervalos variáveis, i.e., os diferentes conjuntos Ω_v , Ω_ω , com respeito às frequências espacial e temporal. De novo, nesses cálculos, foi utilizado um valor pequeno para a frequência espacial inicial, igual a $0,025 \text{ m}^{-1}$. O intervalo mínimo das frequências espaciais foi $(0,025 \text{ m}^{-1}, 0,027 \text{ m}^{-1})$ e o máximo $(0,025 \text{ m}^{-1}, 0,047 \text{ m}^{-1})$, com passo de ampliação $0,001 \text{ m}^{-1}$. No caso da frequência temporal a construção dos intervalos foi feita de maneira diferente. Como frequência básica foi considerado o valor central do intervalo 35 Hz. Os intervalos foram ampliados em relação a este valor de 10 Hz até 60 Hz, com o passo de 5 Hz, cobrindo o domínio das

frequências típicas da sísmica. Por isso, o intervalo mínimo considerado foi (30 Hz, 40 Hz), e o máximo (5 Hz, 65 Hz). Como podemos ver na Figura 10, a variação do comprimento dos intervalos das frequências espacial e temporal para os espectros teóricos suavizados não tem influência no valor do funcional objetivo nas faixas das frequências consideradas. Na prática este fato é favorável para utilização deste método de solução do problema inverso pelas seguintes razões:

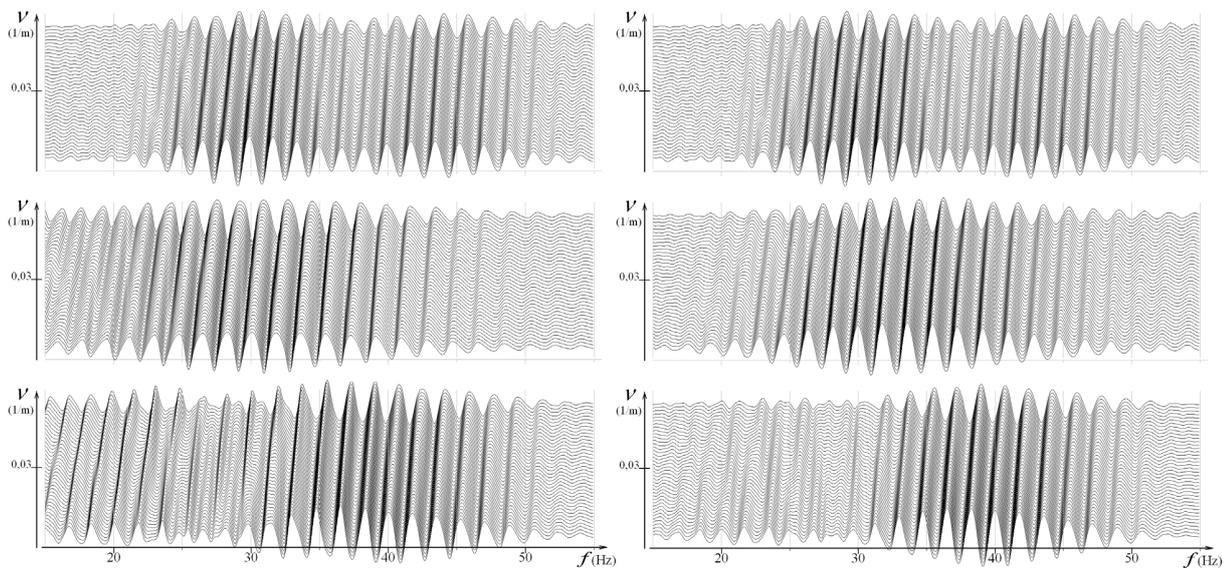
- Primeiro, surge a possibilidade de usarmos intervalos de duração variáveis, isso permitirá aplicar as recomendações formuladas em Mitrofanov et al. (2009b).
- Segundo, pode-se melhorar a estabilidade das estimativas obtidas escolhendo os intervalos de frequências de maior comprimento, sem mudanças adicionais nos espectros construídos e funcionais correspondentes.

Outra situação pode ser observada para os espectros teóricos sem suavização; neste caso o aumento dos intervalos de frequências provoca as mudanças de valores do funcional objetivo, que é conectado com o crescimento das diferenças entre os espectros calculado e teórico, em função da ampliação dos intervalos no domínio com valores maiores da frequência espacial, ver Figura 9(a). Observa-se que para intervalos muito pequenos podem ser obtidos os valores do funcional próximos aos obtidos com os espectros suavizados. Por exemplo, para o domínio mínimo das frequências espaciais, o valor do funcional para os espectros teóricos não suavizados é 0,1516 e 0,1124 para os suavizados, i.e., os valores diferenciam-se apenas em 1,35 vezes. Mas pequenos intervalos não permitem estimar com confiabilidade os parâmetros de objetos delgados, por causa da baixa estabilidade, e, também, em função da necessidade de uso de bandas largas das frequências. No caso dos intervalos grandes das frequências temporal e espacial, essa diferença torna-se mais significativa. Por exemplo, para o caso não suavizado e no domínio máximo das frequências, o valor do funcional é 0,7203 e 0,1334 para o suavizado, i.e., os espectros diferenciam-se em 5,4 vezes.

Agora vamos analisar a influência de erros na definição do modelo do meio no funcional construído a partir dos espectros teóricos suavizado e não suavizado. Para isso consideremos dois modelos diferentes: com espessura da camada de 50 m e 16 m. O cálculo do sismograma sintético será feito para o modelo com a espessura da camada de 50 m e os espectros teóricos serão construídos para o modelo com a espessura da camada de 16 m. Os espectros bidimensionais obtidos desta maneira e as diferenças deles são representados na Figura 9(b). Observa-se que os erros na definição do modelo provocam significativas variações nos



(a)



(b)

Figura 9 – Construção da diferença entre os espectros calculados e teóricos sem a utilização do filtro de suavização (coluna esquerda) e com a utilização de tal filtro (coluna direita) em dois casos: (a) modelo exato e (b) modelo com erro.

espectros suavizado e não suavizado, em comparação com os espectros calculados. Além disso, o valor da componente residual, para certas frequências, pode superar o valor dos espectros iniciais. Os valores do funcional confirmam isso. Assim, para o domínio máximo das frequências, consideradas nos experimentos analisados acima, foram obtidos os seguintes valo-

res do funcional: 1,2612 para os espectros teóricos não suavizados e 1,1268 para os suavizados. Portanto, ambos os espectros criam uma possibilidade de identificar a diferença nos modelos. Mas, apresenta-se como fato importante, que para os espectros não suavizados a diferença nos modelos provoca um crescimento no valor do funcional de 1,75 vezes para largos intervalos

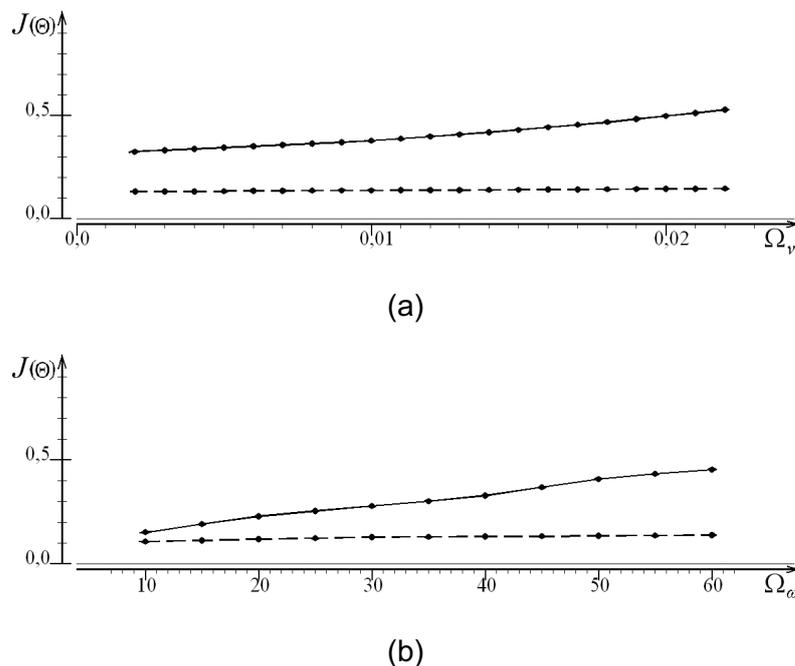


Figura 10 – Mudança de valores do funcional objetivo em função da expansão: (a) do intervalo das freqüências espaciais e (b) do intervalo das freqüências temporais para o espectro teórico não suavizado (linha contínua) e quando o espectro teórico foi suavizado por um filtro ótimo (linha tracejada).

de freqüências, e ao mesmo tempo, com os espectros teóricos suavizados em 8,45 vezes, i.e., nesse caso temos uma diferença mais significativa em função da estrutura do modelo.

Para uma análise das diferenças entre os espectros, calculados utilizando os sismogramas com base na solução teórica suavizada ou não suavizada, para os modelos exato ou com erro, foi construída uma característica heurística. Com base nesta característica foi possível analisar o grau da semelhança ou da diferença entre os espectros comparados. Isto permitiu melhorar a análise dos modelos em função da sua estrutura. A necessidade da construção de tal característica (em processamento de grandes volumes de dados sísmicos) está conectada com o fato que já nas etapas iniciais da otimização, antes da definição com precisão dos parâmetros do modelo num regime automático, é necessário definir a estrutura do modelo com maior grau de aproximação ao modelo real. A definição da estrutura do modelo é feita utilizando os espectros bidimensionais dos sismogramas calculados com base em alguma medida de semelhança destes espectros e alguns espectros teóricos, construídos com base nos modelos *a priori*.

Como uma dessas medidas da semelhança pode ser considerada a característica de semelhança

$$C_{sem} = -\frac{F''_{cor}(0)}{1 - F_{cor}(0)} \quad (12)$$

Aqui $F_{cor}(0)$ é o valor no zero da função de correlação entre os espectros calculados por sismogramas e os espectros teóricos. $F''_{cor}(0)$ é o valor no zero da segunda derivada desta função. A idéia da construção deste coeficiente é baseada na utilização prática da função de correlação para caracterizar a semelhança. Ao mesmo tempo nossa experiência com vários modelos mostrou que a diferença em modelos, utilizados na construção de sismogramas sintéticos, e espectros teóricos, aparece não somente na mudança do máximo da função de correlação, mas também na mudança de sua curvatura. Por isso, na Eq. 12 usamos os valores da função e da segunda derivada.

A Figura 11 representa os valores de algumas funções de correlação, que foram obtidos em nossas simulações. Na construção dessas correlações usamos os valores dos espectros calculados e teóricos, correspondentes ao valor mínimo das freqüências espaciais consideradas. Tal escolha foi feita porque para essas freqüências é possível garantir a maior semelhança dos espectros comparados. Observa-se que a função de correlação, construída com base nos espectros teóricos suavizados para o modelo exato, é mais suave e pontuda (ver Fig. 11(b)) que a função construída com base nos espectros teóricos iniciais (ver Fig. 11(a)). Nisso está manifestado o maior grau de semelhança entre os espectros teóricos e calculados; os coeficientes de

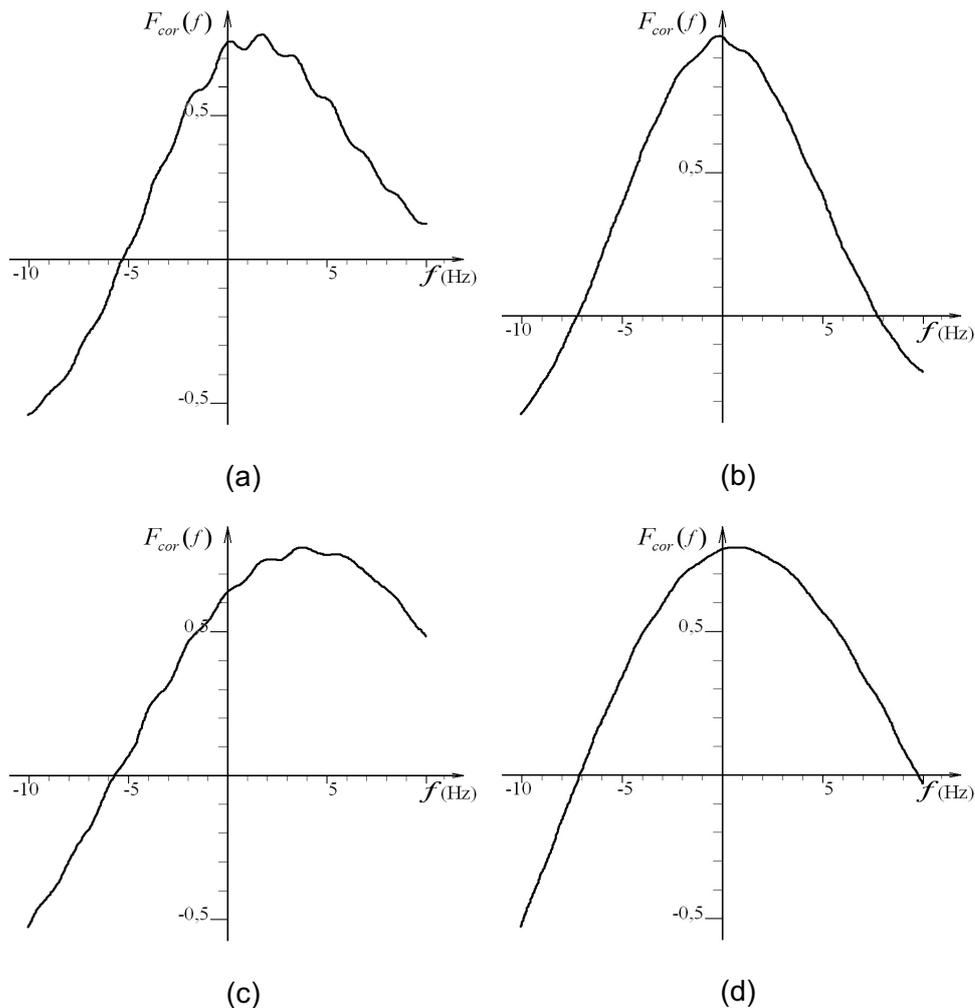


Figura 11 – Estrutura da função de correlação entre os espectros calculado e teórico para os casos: (a) sem suavização e modelo exato, (b) com suavização e modelo exato, (c) sem suavização e modelo com erro, (d) com suavização e modelo com erro.

semelhança, definidos pela Eq. 12, foram: 0,071 para espectros suavizados e 1,121 para os não suavizados. É interessante analisar a variação da função de correlação no caso do modelo dado com erro. A função de correlação é ampliada e torna-se mais suave, influenciando os valores do coeficiente de semelhança. Por exemplo, para o caso considerado os valores são: 0,014 para os espectros não suavizados e 0,038 para os suavizados. Assim, para o modelo com erro o valor do coeficiente diminuiu em 5 vezes para os espectros teóricos não suavizados, e em 29 vezes para os suavizados. Por isso, para os espectros suavizados, obtemos de novo um aumento significativo do contraste na distinção entre os modelos.

Todos os resultados apresentados confirmam que a utilização dos espectros teóricos, suavizados pelos filtros otimizados, pode ser útil na solução prática dos problemas inversos

dinâmicos. Também pode ser útil a utilização das funções de correlação, construídas com base em sismogramas observados e na solução teórica do problema direto com a utilização de filtros de suavização. Tais funções podem servir como uma base para a construção de medidas de correspondência entre os dois tipos de espectros considerados. As medidas construídas já podem ser utilizadas para uma classificação de modelos do meio ou servir como os coeficientes de peso na construção do funcional objetivo, aumentando a velocidade de convergência do processo de otimização.

CONCLUSÕES

A utilização conjunta do parâmetro de Laplace e de filtros de suavização ótimos permitiu levar em conta a limitação do sistema de observação dos dados sísmicos na solução teórica do

problema onde as transformadas de Laplace e Fourier-Bessel são usadas. Isto abre a possibilidade da combinação bem sucedida da solução do problema direto com os espectros calculados com base no sismograma observado. Tal combinação permite realizar a estratégia de minimização do funcional na estimativa de parâmetros de objetos alvo na área espectral. O método oferecido elimina quase completamente uma das razões mais sérias que interferem no uso prático de soluções teóricas muito bem sucedidas que se compuseram em inconformidade entre espectros teóricos e espectros calculados tendo como base sismograma real.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos revisores pelas valiosas sugestões e comentários, e à Petrobras pelo apoio dado para a execução deste trabalho.

REFERÊNCIAS

GECKINLI NC & YAVUZ D. 1983. Discrete Fourier Transformation and Its Applications to Power Spectra Estimation. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 589 pp.

JENKINS GM & WATTS DG. 1965. Spectral Analysis and Its Applications. Holden-Day, Inc., San Francisco, 463 pp.

KARCHEVSKY AL. 2005. A method for numerical solution of the elasticity system for horizontal layer anisotropic media. Russian Geology and Geophysics, 46: 339–351.

KOOPMANS LH. 1974. The Spectral Analysis and Time Series. Academic Press, Inc., 571 pp.

MITROFANOV G, PRIIMENKO V, MISSÁGIA R & AMARAL L. 2009a. Utilização das transformadas de Laplace e Fourier-Bessel na modelagem de meios elásticos delgados. Revista Brasileira de Geofísica, 27(2): 205–224.

MITROFANOV G, PRIIMENKO VI, MISSÁGIA RM & AMARAL LH. 2009b. Transformada de Laplace na solução de problemas inversos dinâmicos da sísmica. Revista Brasileira de Geofísica, 27(4): 527–544.

PRATT RG. 1999. Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 1: Theory and verification in a physical scale model. Geophysics, 64: 888–901.

URSIN B. 1983. Review of elastic and electromagnetic wave propagation in horizontally layered media. Geophysics, 48: 1063–1081.

NOTAS SOBRE OS AUTORES

Georgy Mitrofanov é graduado em Geologia e Geofísica pela Universidade Federal de Novosibirsk (UFN), Akademgorodok, Novosibirsk, Rússia, em 1972. Obteve seu doutorado em Física-Matemática em 1984 na UFN. Obteve seu título de Livre Docente em 1989 na UFN. É chefe do Laboratório de Sísmica do Instituto de Geologia e Geofísica, Academia Russa de Ciências, Akademgorodok, Novosibirsk. Atualmente é professor-visitante do LENEP/UENF. Áreas de interesse: processamento de dados sísmicos, problemas inversos e diretos de geofísica, caracterização de reservatórios.

Viatcheslav Ivanovich Priimenko é graduado em Matemática Pura e Aplicada pela Universidade Federal de Novosibirsk (UFN), Akademgorodok, Novosibirsk, Rússia, em 1976. Obteve o seu título de Mestre em Matemática na UFN em 1978. Obteve seu doutorado em Física-Matemática em 1990 na UFN. Obteve seu título de Livre Docente em 1997 na UFN. Atualmente é o chefe do LENEP/UENF. Áreas de interesse: problemas diretos e inversos de geofísica e engenharia de petróleo, modelagem numérica e ensino nas áreas de matemática, geofísica e engenharia de petróleo.

André Duarte Bueno é graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) (1990), Mestre em Engenharia Civil/UFSC (1994) e Doutor em Engenharia Mecânica/UFSC (2001). Suas áreas de interesse envolvem o desenvolvimento de *softwares* científicos utilizando orientação à objeto e a caracterização e simulação de rochas reservatório através da análise e processamento de imagens.